SUPUESTOS PSICOLÓGICOS Y DIDÁCTICOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

PRESSUPOSTOS PSICOLÓGICOS E DIDÁTICOS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

PSYCHOLOGICAL AND DIDACTIC ASSUMPSIONS ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING

Fatima Aparecida Souza FRANCIOLI[1]
Nilza Marcia Mulatti SILVA[2]

RESUMEN: Este artículo tomó como punto de referencia, los análisis manifestados en una investigación de maestría en el área de enseñanza y tiene como objetivo presentar los presupuestos psicológicos y didácticos referentes a la solución de problemas matemáticos. La investigación se basó en el modelo teórico-metodológico, discute las dificultades de los estudiantes, en los primeros años de la escuela primaria, para resolver problemas matemáticos. Para esto, se utilizaron los estudios de Kalmykova para la parte psicológica y los estudios de Saviani para las cuestiones didácticas. Los resultados apuntaron que la solución de problemas exige que el alumno trascienda de los procedimientos descriptivos a los explicativos y así tomar conciencia de sus acciones. Además, que el profesor, al valorar el proceso de resolución y la respuesta correcta del problema, debe proponer al alumno la explicación del procedimiento realizado, favoreciendo así, la movilización de sus ideas y llegando a un nivel de síntesis de análisis de conceptos.

PALABRAS CLAVE: Vigotski e Kalmykova. Saviani. Enseñanza Fundamental. Sustracción.

RESUMO*: Este artigo tomou como recorte as análises proferidas em uma pesquisa de mestrado na área de ensino e tem como objetivo apresentar os pressupostos psicológicos e didáticos referentes à resolução de problemas matemáticos. A pesquisa, de cunho teórico-metodológico, discute as dificuldades dos alunos, dos anos iniciais do ensino fundamental, ao resolverem problemas matemáticos. Para tanto, apoiou-se nos estudos de Vigotski e Kalmykova para as questões psicológicas e estudos de Saviani para as questões didáticas. Os resultados apontaram que a solução de problemas exige que o aluno transcenda dos procedimentos descritivos para os explicativos e, assim, tome consciência de suas ações. Além de que o professor, ao valorizar o processo de resolução, ademais da resposta correta do problema, deve propor ao aluno a explicitação do procedimento realizado, favorecendo a mobilização de suas ideias e chegando ao pensamento por conceitos.*

PALAVRAS-CHAVE*: Vigotski e Kalmykova. Saviani. Ensino Fundamental. Subtração.*

[1] Universidad Estatal de Paraná (UNESPAR), Paranavaí – PR – Brasil. Profesora no Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu, nível Mestrado Acadêmico em Formação Docente Interdisciplinar – PIPIFOR. Doutorado em Educação Escolar (UNESP). ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8373-7056. E-mail: fas.francioli@hotmail.com

[2] Universidad Estatal de Paraná (UNESPAR), Paranavaí – PR – Brasil. Profesora Y Coordinadora Pedagógica de la Red Municipal de Enseñanza de Alto Paraná. Máster en Formación Docente Interdisciplinaria (UNESPAR). ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3895-3029. E-mail: nmulatti29@hotmail.com

ABSTRACT*: This article examines analyses from a master's research project in the field of education, aiming to present psychological and didact assumptions regarding mathematical problem solving. The research project, which is theoretical-methodological, discusses the difficulties of students, in the early years of elementary school, in solving mathematical problems. To that end, the researches of Vigotski and Kalmykova have been used for psychological and Saviani didactic matters, respectively. The results appoint that problem solving requires students to transcend from descriptive to explanatory procedures and thus become aware of their actions. Moreover, to better value problem resolution, teachers must propose that students explicit their process besides just providing the correct answers, favoring the mobilization of his ideas and arriving at thinking through concepts.*

KEYWORDS*: Vigotski and Kalmykova. Saviani. Elementary School. Subtraction.*

Introducción

En el trabajo de la práctica pedagógica, la relación de enseñanza y aprendizaje forma parte de un proceso continuo entre el profesor y el alumno. Para abordar este proceso, el presente artículo se basa en el análisis de una investigación de maestría en el área de la enseñanza, en la que se discuten las dificultades de los alumnos de los primeros años de la escuela primaria, al resolver problemas matemáticos.

Muchos dicen que aprender matemáticas no es fácil, sin embargo, la cuestión es buscar respuestas para demostrar cómo resolver algunas preguntas: ¿Por qué los alumnos que saben resolver algoritmos a menudo no saben aplicarlos para resolver problemas matemáticos? ¿Por qué algunos estudiantes son capaces de interpretar y otros no? En busca de estas respuestas, este estudio pretende presentar los supuestos psicológicos y didácticos relativos a la resolución de problemas matemáticos, con énfasis en la resta. De carácter teórico y metodológico, el estudio se basa en Vygotsky y Kalmykova para las cuestiones psicológicas y en Saviani para las cuestiones didácticas.

Zinaida Ilinichna Kalmykova[3] (1977), bajo las bases de la psicología histórico-cultural, continuó los estudios desarrollados por Vygotsky, específicamente en el área de las matemáticas con énfasis en el aprendizaje y el desarrollo. Dermeval Saviani (1997), autor brasileño reconocido por sus estudios en el área de las teorías e historia de la educación, definió cinco categorías de conocimiento que considera necesarias para el desarrollo del alumno: dominio del contenido curricular, conocimiento didáctico-curricular, conocimiento pedagógico, condiciones socio-históricas, conocimiento actitudinal. Para Saviani, estas

[3] Colaboradora del Instituto de Psicología de la Academia de Ciencias Pedagógicas de la URSS (LURIA *et al.*, 1977, p. 9).

categorías establecen la dimensión del conocimiento que el profesor debe dominar para desarrollar una buena enseñanza.

La relación entre estos tres autores está en el marco filosófico materialista, en el que estudian la educación escolar como promotora del desarrollo humano.

Supuestos psicológicos para el aprendizaje y resolución de problemas matemáticos

Una de las respuestas iniciales que guiaron el camino de la investigación se basó en las ideas de Dante (2008), quien afirma que los alumnos sólo serán capaces de resolver problemas matemáticos si dominan los conceptos de suma, resta, multiplicación y división. Así, Vygotsky y Kalmykova sirvieron para entender cómo se produce la apropiación de los conceptos.

Desde la perspectiva de la psicología histórico-cultural, el aprendizaje de los niños comienza mucho antes de que asistan a la escuela; sin embargo, es a través de la educación formal que los alumnos entran en contacto con los conceptos organizados en las diferentes áreas de conocimiento que conforman el currículo. A partir de este momento, intentaremos definir la formación de conceptos.

En sus estudios, Vygotsky (2001) destaca las relaciones entre los conceptos espontáneos y los conceptos científicos. Para él, los conceptos espontáneos son los que se forman mediante la comunicación directa con personas con las que el niño interactúa libremente, sin una intencionalidad definida. Los conceptos científicos, en cambio, se desarrollan a través de una mediación intencional y sistematizada, que es responsabilidad exclusiva de la educación escolar. Vygotsky (2001, p. 218) afirma que "los conceptos espontáneos hacen posible la aparición de conceptos no espontáneos a través de la enseñanza" y que "la formación de conceptos científicos, en la misma medida que los conceptos espontáneos, no termina, sino que sólo comienza en el momento en que el niño asimila por primera vez un significado o término nuevo para él, que es el vehículo de un concepto científico" (Idem, p. 265). Para el autor, no por el hecho de que el contenido se aborde en la escuela se alcanza el nivel conceptual científico, aun sabiendo que es función de la educación escolar proporcionar actividades capaces de transformar los conceptos espontáneos en científicos, es decir, transformar el pensamiento espontáneo de los alumnos en pensamiento intelectual.

¿Y cómo se apropia el niño de los conceptos? Antes de responder a esta pregunta es necesario aclarar que Vygotsky (2001) divide el curso del pensamiento en tres grandes etapas básicas: el pensamiento sincrético, el pensamiento por complejo y el pensamiento por concepto. En la etapa del pensamiento sincrético, la característica principal es un revoltijo de ideas sin fundamento interno, pero vinculadas a la impresión que el niño tiene de las cosas; "[...] es la formación de una pluralidad desinformada y desordenada, la discriminación de un montón de objetos diversos en el momento en que ese niño se enfrenta a un problema" (VIGOTSKI, 2001, p. 175). Para el autor, el pensamiento por complejo "conduce a la formación de vínculos, al establecimiento de relaciones entre diferentes impresiones concretas, a la unificación y generalización de objetos particulares, a la ordenación y sistematización de toda la experiencia del niño" (Idem, p. 178). Así, en esta etapa el niño comienza a realizar las primeras relaciones y presenta como base el vínculo con lo concreto entre los elementos. En esta etapa comienzan las primeras generalizaciones. Un ejemplo de ello es unir las piezas según el color o la forma.

La última y deseada etapa a alcanzar es el pensamiento por concepto.

> [...] el concepto, en su forma natural y desarrollada, presupone no sólo la combinación y la generalización de ciertos elementos concretos de la experiencia, sino también la discriminación, la abstracción y el aislamiento de ciertos elementos y, además, la capacidad de examinar estos elementos discriminados y abstraídos fuera del vínculo concreto y fáctico en que se dan en la experiencia (VIGOTSKI, 2001, p. 220).

Más allá de este concepto, Vygotsky (2001, p. 226) afirma que "el concepto surge cuando una serie de atributos abstraídos es sintetizada de nuevo, y cuando la síntesis abstracta así obtenida se convierte en la base del pensamiento". A través de esta síntesis, el niño percibe y toma conciencia de la realidad que le rodea. Sin embargo, "los conceptos no surgen mecánicamente como una fotografía colectiva de objetos concretos" (VIGOTSKI, 2001, p. 237). Su formación siempre surge en el proceso de resolver algún problema que surge en el pensamiento. El concepto surgirá de la solución de este problema, por lo tanto, a partir de esta afirmación confirmamos la relevancia del acto de problematizar los contenidos escolares.

El desarrollo de conceptos científicos requiere tareas que permitan que el pensamiento del alumno se dirija más hacia la actividad mental que hacia el objeto sensorial. En este caso, la adquisición de conceptos científicos sigue el camino inverso al de los conceptos espontáneos, desarrollándose a través de un proceso deductivo desde las propiedades complejas y superiores hasta las elementales e inferiores. Es decir, las tareas tienen como punto de partida la actividad mental, basada en la abstracción del conocimiento que promueve la apropiación del concepto. Al alcanzar este nivel de pensamiento conceptual, se hace posible la relación de este concepto con el conocimiento espontáneo, presente en las experiencias vividas.

El dominio del acto de pensar revela el nivel de desarrollo psíquico del alumno, es decir, el alumno es capaz de convertir sus funciones psíquicas, como la percepción, la memoria, la atención voluntaria y el propio pensamiento, en objetos de conciencia. Significa, por así decirlo, que este alumno se encuentra en una intensa actividad mental, plenamente consciente del proceso de pensamiento hasta el punto de dominarlo.

En esta dirección, continuando las investigaciones de Vygotsky, Kalmykova (1977), como investigadora soviética, desarrolló a mediados del siglo XX, junto con Leontiev, Luria, Zankov y otros colaboradores de la psicología histórico-cultural, diferentes estudios para contribuir al trabajo de los profesores y mejorar el aprendizaje de los niños en los primeros años de la escuela primaria. Para este investigador era esencial investigar los métodos de enseñanza utilizados por los buenos profesores, comparándolos y observando su eficacia en la resolución de problemas matemáticos.

Según Kalmykova (1977), la resolución de problemas requiere mucho más que conocer los números y las técnicas operativas, requiere el conocimiento de varios conceptos concretos y abstractos, que reflejan las relaciones cuantitativas entre los objetos. Por lo tanto, para resolver bien un problema, se hace necesaria la síntesis a nivel de análisis complejo. Incluso en un problema sencillo, los datos pueden estar interconectados de diferentes maneras, lo que requiere un razonamiento elaborado para resolverlo. En un problema compuesto, que debe resolverse en más de un paso, la elección de la operación a utilizar se hace más difícil, ya que el alumno debe elegir los números adecuados y definir sus posibles combinaciones. "Este análisis preliminar es esencial para una correcta solución de problemas complejos” (KALMYKOVA, 1977, p. 10).

Otro punto importante, destacado por Kalmykova (1977), se refiere a la afirmación de que, en la formación de conceptos, cuanto más diverso sea el material concreto [4], más fácil será el proceso de abstracción. Sin embargo, reconoce la imposibilidad de realizar una experiencia sensorial con todos los materiales, por lo que se deben priorizar aquellos que potencien la ampliación del concepto estudiado.

Kalmykova (1977) analizó la práctica de una de las mejores profesoras de una escuela de Moscú, D.V. Petrova, profesora de la clase I. De las cuentas presentadas se desprende que

[4] Kalmykova (1977) utiliza el término "material concreto", sin embargo, en las tareas de intervención utilizaremos el término "material manipulable", porque para Marx, la base filosófica que sustenta este estudio, lo abstracto y lo concreto no existen por separado; forman parte de una totalidad, de una unidad, lo concreto está dado por el pensamiento, es el pensamiento concreto.

se trata del primer año de primaria. Entre sus observaciones, la autora destaca que, incluso antes de que los niños comenzaran a leer y aprender los primeros contenidos matemáticos, el profesor ponía a su disposición una diversidad de materiales y objetos no escolares. Estos materiales concretos, según el autor, facilitaron la transición a la abstracción del concepto de número, las operaciones matemáticas y los problemas.

Otro procedimiento relevante observado por la autora y llevado a cabo por la profesora Petrova fue el uso de dibujos como medio de consolidación de los contenidos. Por ejemplo, el número 5 fue relacionado por el profesor con cinco objetos, el profesor guió al niño, con el objetivo de que no formara una sola conexión específica, es decir, relacionar la palabra 5 sólo con esa cantidad de objetos concretos. Podemos deducir, con Kalmykova (1977, p. 16), que la orientación debe basarse en la disminución gradual del número de objetos y signos, utilizándolos sólo para introducir nuevos conceptos o, cuando sea necesario, "para constituir y consolidar conexiones". El autor también aconseja que, para llevar a los niños a la generalización, podemos hacer uso de las imágenes, ya que se basan en la realidad concreta, pero no son esa realidad.

Kalmykova (1977) aconseja que el trabajo eficaz de formación de conceptos no se reduzca a los primeros estudios, sino que continúe a lo largo de todos los años de escolaridad. En este sentido, creemos que es correcto que el concepto de resta se inicie en la educación infantil y se extienda a la primaria, porque la apropiación no se produce de forma puntual y completa de una sola vez.

Otra pauta importante en relación con el análisis de los errores se refiere a la necesaria atención a la forma de pensar de los alumnos y a los conceptos esenciales para comprender un determinado contenido escolar. Destacamos las mediaciones para que el alumno reconozca el error, piense en "por qué" se equivocó, cambie su respuesta y reconozca lo correcto. Por lo tanto, no basta con mostrar el error y corregir las respuestas de los alumnos. El hecho de considerar el error como parte del proceso no provoca avances en el aprendizaje. El progreso proviene del análisis realizado por el alumno, a través de la mediación del profesor, que se da cuenta de que la resolución tomada no se ajusta a la lógica de la actividad propuesta.

En las clases más avanzadas, denominadas clase II y III, que pueden compararse con el segundo y tercer curso de primaria, el profesor introducía estos conceptos, pidiendo a los alumnos que tradujeran el texto del problema matemático en términos más abstractos. Se les pidió que expresaran correctamente los datos y el valor buscado, lo que requería un lenguaje científico. En la clase IV, Kalmykova cuenta que el profesor empezó a acostumbrar a los niños a expresarse en términos matemáticos adecuados no sólo en el contenido del problema, sino también en su solución. Poco a poco fue guiando a los alumnos para que abandonaran la imagen visual y pasaran a la abstracción para que asimilaran las "categorías matemáticas más complejas" (KAMYKOVA, 1977, p. 20).

Hechas estas consideraciones, el autor aclara que al principio no todos los alumnos lo asimilan, pero mediante el trabajo sistemático del profesor sobre estos conceptos todos llegan a ser capaces de aprender. Por lo tanto, el trabajo sistematizado sobre los supuestos de la psicología histórico-cultural permite el aprendizaje no sólo de los buenos estudiantes, sino de todos los implicados en el proceso. Porque las reflexiones y proposiciones expresadas en la teoría se presentan como posibilidades para la realización de procedimientos y recursos didácticos ricos en significado y deben figurar como características esenciales en el proceso de enseñanza.

Volvemos a las preguntas iniciales que guían este texto: ¿Por qué los alumnos que saben resolver algoritmos a menudo no saben aplicarlos para resolver problemas matemáticos? ¿Por qué algunos estudiantes son capaces de interpretar y otros no? En busca de estas respuestas, es pertinente considerar que

> [...] el trabajo de formación de los conceptos necesarios para la resolución de problemas es un medio para aumentar la eficacia de la actividad analítica-sintética. Pero la asimilación de los conceptos y las leyes matemáticas correspondientes no implica una capacidad especial para resolver problemas más complejos. No basta con poseer nociones; es necesario saber utilizarlas en el momento oportuno, eligiendo las nociones necesarias para la solución de determinados problemas. A menudo ocurre que un alumno no puede resolver un problema porque no sabe cómo utilizar las nociones que posee. La elección de las nociones necesarias requiere una concentración especial en el texto del problema, es decir, analizarlo (KALMYKOVA, 1977, p. 20-21).

En este sentido, consideramos que, para poder interpretar y resolver un problema matemático, además de aprender los conceptos de las operaciones y los términos matemáticos y dominar la resolución de las operaciones, es necesario saber movilizar estos conocimientos y utilizarlos adecuadamente.

Kalmykova (1977) advierte que la prisa por consolidar el hábito de resolver problemas y la falta de un tiempo más largo para explicar en detalle el proceso de resolución de problemas hacen que los alumnos sean algo lentos en su pensamiento. Como no pueden recordar el razonamiento que lleva a la solución, tampoco pueden transponer el método utilizado para resolver un determinado tipo de problema a otro. Por lo tanto, es necesario hacer hincapié en el método utilizado para resolver los problemas, dando un tiempo considerable para el análisis. El autor confirma que:

> [...] la asimilación consciente de los métodos de resolución de problemas requiere no sólo la asimilación del correspondiente sistema de operaciones aritméticas, sino también la asimilación de la forma de razonamiento mediante la cual los alumnos analizan el contenido de un problema y eligen determinadas operaciones (KALMYKOVA, 1977, p. 24).

Esta afirmación está en consonancia con nuestra investigación, en cuanto a la importancia de prestar especial atención a los métodos de enseñanza del análisis de problemas y al razonamiento durante este análisis, es decir, a la comprensión de las fases por las que pasa el pensamiento hasta llegar al pensamiento por conceptos. En este sentido, podemos afirmar que el profesor necesita recibir una formación que abarque no sólo contenidos específicos del área, sino también contenidos relacionados con las metodologías.

Supuestos didácticos y el análisis de las manifestaciones del lenguaje de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos

Como se ha comentado anteriormente, en la relación profesor-alumno radica el aspecto fundamental de la educación escolar como mediador entre la enseñanza y el aprendizaje. Esto supone un trabajo educativo que, en opinión de Saviani (1977), debe ser intencional y producir en cada alumno los conocimientos históricamente desarrollados por la humanidad.

En este sentido, Saviani (1997), al enumerar los conocimientos necesarios para producir conocimiento en el alumno, define cinco categorías de conocimientos relevantes para el trabajo del profesor.

La primera categoría definida por Saviani (1997) parece obvia, ya que se refiere al "dominio del contenido curricular", sin embargo, es una categoría que necesita ser consolidada. Cabe destacar que, independientemente del nivel de desempeño, el profesor debe necesariamente tener un amplio conocimiento del contenido a enseñar, por lo que necesita dominar los conceptos. Conocer el contenido es el primer paso, que es muy importante, pero no es suficiente para transmitir los conocimientos al alumno. La segunda categoría definida por Saviani (1997) se refiere al "conocimiento didáctico-curricular"; destaca que es necesario saber organizar los contenidos. Saviani (1997, p. 131) define que los conocimientos deben ser "dosificados, secuenciados y trabajados en la relación profesor-alumno". El autor afirma que estas dos primeras categorías se consideran las modalidades básicas para que el profesor enseñe con eficacia. Saviani (1997) hace esta distinción para enfatizar la necesidad de que el profesor se apropie del conocimiento pedagógico producido por la ciencia de la educación, para conocer las teorías pedagógicas que son la base de las políticas educativas y que influyen significativamente en la práctica docente. La tercera categoría se refiere al "conocimiento pedagógico", es decir, el conocimiento producido por la ciencia de la educación.

No es posible conocer la escuela estudiando sólo la escuela, porque la educación se inserta en un contexto que sufre directamente las influencias de la situación socioeconómica y cultural. Así, la cuarta categoría se ocupa de la comprensión de las "condiciones socio-históricas" que determinan la tarea educativa, conocimiento esencial para pensar en la educación crítica, porque la criticidad pasa por el conocimiento de la totalidad.

La quinta categoría incluye el "conocimiento actitudinal", responsable de establecer la coherencia entre el saber y el hacer. Como dice el autor, no se trata de confundir profesión con misión, sino de adoptar una postura ética. Se refiere a las actitudes propias de la función asignada al profesor, definidas por Saviani (1997, p. 136) como "disciplina, puntualidad, coherencia, claridad, justicia y equidad, diálogo, respeto a las personas de los alumnos, atención a sus dificultades, etc.". Según el autor, esta competencia está relacionada con la identidad y la personalidad del profesor, pero que son objeto de formación.

Saviani (1997) define, a través de las categorías presentadas anteriormente, la dimensión del conocimiento que el profesor necesita dominar. Nuestra posición es que la ausencia de conocimientos en cualquiera de estas categorías afecta a la eficacia de la enseñanza y compromete la posibilidad de que el alumno aprehenda el conocimiento histórico producido socialmente por la humanidad.

Por lo tanto, es necesario que, a partir de estos supuestos didácticos, el profesor adopte en su práctica situaciones de enseñanza y aprendizaje cuya riqueza permita la apropiación del conocimiento científico. En este estudio nos referimos a la resolución, en el aula, de problemas matemáticos.

Ante las dificultades presentadas en la interpretación matemática en la resolución de problemas matemáticos, verificadas en las aulas, y de la hipótesis de que los alumnos realizan las operaciones, resuelven los algoritmos, pero no son conscientes de la acción que realizan, es decir, no se han apropiado de los conceptos científicos, se desarrolló un trabajo pedagógico[5], relacionado con el aprendizaje del concepto de resta, que involucró a niños[6] de nueve a once años, matriculados en el cuarto año de primaria en una escuela municipal ubicada en el noroeste de Paraná. El propósito fue conocer el nivel de conciencia de la acción

[5] Para tener acceso a la investigación. Disponible en: http://ppifor.unespar.edu.br/files/NILZA_MARCIA_MULATTI_SILVA.pdf. Acceso el: 10 jun. 2021.
[6] Según ECA – Estatuto del Criança y del Adolescente (BRASIL, 2002), se considera que un ciudadano es un niño si es menor de 12 años.

de restar, a través del análisis de la manifestación del lenguaje oral, dibujos y manipulación de objetos.

El trabajo pedagógico que se relata a continuación forma parte de una secuencia de actividades realizadas, que incluyen la reanudación de los contenidos relacionados con la resta, intervenciones que precedieron a la tarea solicitada a los alumnos que implicaban la resolución de problemas similares, entre otras acciones. A continuación informaremos de tres momentos de las clases, considerados importantes para analizar la posible actuación consciente en la resolución de problemas matemáticos: la justificación oral de la elección de la operación matemática, la representación mediante el dibujo y la ilustración con material manipulativo.

En un primer momento se entregó un problema a cada alumno y se les pidió que respondieran qué operación matemática podían utilizar para resolverlo y, principalmente, que justificaran el motivo de su elección, es decir, el foco principal no estaba en la respuesta correcta al problema, sino en la explicación del pensamiento que implicaba su resolución.

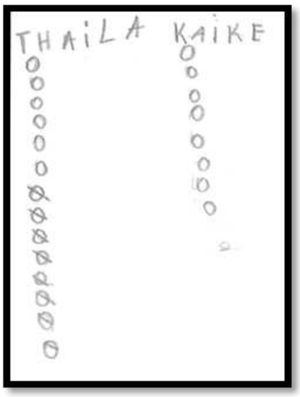
Las justificaciones orales obtenidas fueron de diversos niveles, como se puede comprobar a través de los siguientes informes: "Resuélvelo por adición porque tienes que hacer la cuenta"; "División porque lo vas a meter en la bolsita"; "Es adición porque vas a sumar las páginas que has leído con las que no ha leído"; "Resta porque lo saco"; "Resta porque 'falta' para completar el álbum". También hubo alumnos que no pudieron explicar su elección, otros confundieron los nombres de las operaciones, no reconocieron el término "diferencia" como resultado de la resta, además de nombrar la operación de suma como "contiene más" y la de resta como "contiene menos". Esta ausencia del uso de la nomenclatura correcta nos recuerda el hecho de que la escuela a veces refuerza los conocimientos espontáneos relacionados con la nomenclatura de los algoritmos. Observamos, en los alumnos que presentaron mejor rendimiento en la realización de las tareas, el uso preciso de la nomenclatura de las operaciones.

Partiendo de la dificultad de explicar el procedimiento utilizado para resolver los problemas, y de la defensa de Kalmykova (1991) de que el dibujo sería un punto intermedio entre lo concreto y lo abstracto, y de que es necesario utilizar el material visual como base para la formación de los conceptos para no detenerse sólo en la asimilación puramente formal de las nociones, se decidió añadir, en un segundo momento, el dibujo como otra forma de expresión, además del algoritmo, como medio para consolidar el contenido.

En este segundo momento, para mejorar el análisis de la apropiación de los conceptos de las operaciones a través de la acción consciente, se retomaron seis problemas del momento anterior, resueltos mediante la sustracción. La tarea consistía en realizar la operación y dibujarla identificando sus términos, es decir, el minuendo, el sustraendo y el resto o diferencia. A la hora de dibujar, el alumno debía pensar qué representaba cada número utilizado en el algoritmo y relacionarlo con el problema propuesto.

Entre los problemas, se eligió la representación de la alumna Amanda , que implica la idea de comparar la resta, para el siguiente problema: "Kaike tiene ocho años y su hermana, Thaila, 14 años. ¿Cuántos años más tiene Thaila que Kaike?”

Figura 1 – Representación de la solución del problema



Fuente: La autora (2015)

Observando el dibujo anterior y basándose en la explicación oral, el alumno representó el minuendo y el subtraendo a través de círculos irregulares, y el acto de restar, trazando una línea sobre ellos. Se puede ver que no hay una relación explícita entre el minuendo y el sustraendo. Cuando se le pregunta por la diferencia de edad entre Kaike y Thaila, explica: "Aquí hay ocho y aquí hay catorce". La alumna conoce el significado de la palabra, pero no identifica en su dibujo el término "diferencia" como resultado de la operación de sustracción.

El dibujo como forma de lenguaje, favoreció sustancialmente la expresión del pensamiento, confirmando la defensa de Kalmykova (1991) de que el dibujo no es el verdadero problema, sino que expresa la realidad pensada por el alumno, y siendo la manifestación externa del pensamiento, puede convertirse en el punto de partida para la abstracción.

Aun teniendo estos puntos positivos, durante el desarrollo de las tareas, se comprobó que los alumnos tenían dudas relacionadas con la forma de dibujar el acto de retirarse. Dudas pertinentes, porque si me retiro, ¿cómo puede permanecer? El sorteo era un recurso extra, pero la acción de retirarse seguía estando comprometida. Esta situación nos remite a la afirmación de Kalmykova (1991, p. 12) de que "la base psicológica necesaria para una correcta formación de conceptos es una asimilación que permite crear condiciones entre los componentes abstractos y concretos del pensamiento, entre la palabra y la imagen".

En el tercer momento, el grupo estaba compuesto por seis alumnos y se utilizaron materiales manipulados, por dos razones: por la dificultad de los alumnos para dibujar la "acción de llevarse", y por la afirmación de Kalmykova (1991) de que, en la formación de conceptos, cuanto más diversificado sea el material concreto, más fácil será el proceso de abstracción.

Para ello, se eligieron dos problemas para que los alumnos representaran la operación de sustracción, entre ellos, el problema del momento relatado anteriormente. La tarea consistía en representar la idea de comparar la resta. La edad de Thaila se representó con pajitas y la de Kaike con palitos de helado.

Antes de resolver la tarea, se les explicó que para resolver el problema podían utilizar la resta: catorce menos ocho es igual a dos piernas (14-8=6). Se les pidió que hicieran la operación, utilizando los palos y las pajitas, y que respondieran a la pregunta: ¿Qué representa el número 8, el sustraendo?

La respuesta esperada, que se basa en la idea de comparar el concepto de resta, es que al comparar eliminamos la cantidad que tienen en común el minuendo y el sustraendo. Cuando comparamos cantidades, el sustraendo representa la cantidad común entre el sustraendo y el minuendo, en este caso, el número 8 representa la edad en común entre Thaila y Kaike.

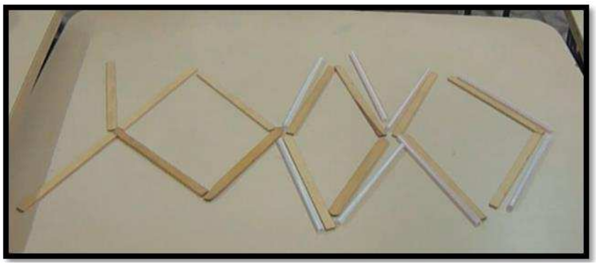
Todos los estudiantes representaron correctamente la tarea solicitada, sin embargo, 1/3 de los estudiantes fueron capaces de informar del procedimiento realizado, pero no pudieron justificarlo. A continuación, se presentarán dos tareas resueltas, en las que hay evidencia de acción consciente.

Figura 2 – Representación del problema por el alumno Carlos

Fuente: La autora (2015)

La explicación de Carlos: "He puesto las 14 pajitas, luego he puesto las ocho pajitas de abajo, y luego he cogido estas ocho. Estas pajas tienen la edad de Kaike. Estas pajas son de Thaila. Quitamos lo que es igual y queda la diferencia.”.

Figura 3 – Representación del problema por el alumno Breno



Fuente: La autora (2015)

La explicación de Breno: "Hice la edad de Thaila con los palillos y luego hice la de Kaike con las pajitas y dieron estos dos triángulos (en realidad cuadriláteros irregulares) y sobraron estos que dieron seis. Hasta ahora esto es lo que tienen igual y el resto es la diferencia".

Al final de la tarea, se comprobó que los alumnos Carlos y Breno la resolvieron correctamente, fueron capaces de explicar "qué" y "por qué" hicieron la representación de la operación de resta, utilizando las pajitas y los palos. Fabieli no realizó la representación correctamente, pero fue capaz de explicar "lo que" hizo. Esto puede considerarse una mejora. Amanda lo hizo correctamente, fue capaz de explicar "qué" hizo, pero no "por qué" lo hizo. Everton y Daniele lo hicieron correctamente, pero todo indica que imitaron la ejecución de la tarea realizada por Carlos y ni siquiera pudieron explicar "qué" hicieron. De este análisis podemos inferir que Carlos y Breno son conscientes de la acción de restar, Fabieli y Amanda están en el proceso, y Fabieli no resolvió correctamente, pero fue capaz de explicar, por esta razón consideramos que está desarrollando el concepto. Al verbalizar el procedimiento, analizará la resolución y podrá tomar conciencia de su error. Amanda resolvió la tarea, pero no pudo explicarla. En este punto del análisis de la tarea se comprobó que hay indicios de que los alumnos están en proceso de aprendizaje del concepto de resta, pero no pueden llegar a la abstracción y generalización, tan necesarias para la formación del concepto científico. Porque, según Vygotsky (2001, p. 226), "el concepto surge cuando se sintetiza una serie de atributos abstraídos y cuando la síntesis abstracta así obtenida se convierte en la base del pensamiento”.

Consideraciones finales

Los datos de la investigación mostraron la dificultad de los alumnos para explicar el procedimiento utilizado al resolver las tareas propuestas. Sin embargo, para Kalmykova (1991), la resolución de problemas requiere mucho más que conocer los números y las técnicas operativas, es decir, es necesario que el alumno se apropie de los conceptos concretos y abstractos, llegando a síntesis en un nivel de análisis complejo.

En los años iniciales, además del lenguaje oral y escrito o numérico, se puede utilizar el dibujo como forma de expresión, además del algoritmo, como confirma la defensa de la autora cuando dice que las imágenes representan lo concreto, pero no son lo concreto. Esto significa que el uso del dibujo, como procedimiento didáctico, es un punto intermedio entre lo concreto y lo abstracto, así como el punto de partida para la abstracción. El dibujo representa la manifestación externa del pensamiento que, al transponerse al pensamiento del niño, ha sido interpretado de forma abstracta por éste. El niño, al captar empíricamente el objeto analizado, reproduce en su pensamiento la dinámica y la estructura de este objeto.

En cuanto a los procedimientos didácticos, las categorías pedagógicas defendidas por Saviani (1997) cuando enfatiza el dominio del conocimiento por parte del profesor, necesitan ser enumeradas a los buenos materiales a ser utilizados, las formas de lenguaje, las tareas desarrolladas por los alumnos y el contexto en el que los alumnos están insertos, considerando que las privaciones culturales y económicas afectan el aprendizaje.

Consideramos que la resolución de problemas, en varios momentos de la lección, puede presentar respuestas correctas de forma implícita, pero no es la comprensión de la idea de la operación utilizada para resolver el problema. El profesor, al valorar el proceso de resolución, además de la respuesta correcta al problema, debe proponer al alumno la explicación del procedimiento realizado, favoreciendo la movilización de sus ideas.

REFERENCIAS

DANTE, L. R. **Aprendendo sempre**: matemática. São Paulo: Ática, 2008.

KALMYKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. *In*: LURIA, A. *et al*. (Org.). **Pedagogia e psicologia II**. Lisboa: Estampa, 1977. p. 9-26.

SAVIANI, D. A função docente e a produção do conhecimento. **Educação e Filosofia**, Uberlândia, v. 11, n. 21, p. 127-140, 1997.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e linguagem**. 1. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

Cómo referenciar este artículo

FRANCIOLI, F. A. S.; SILVA, N. M. M. Supuestos psicológicos y didácticos para la resolución de problemas matemáticos. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 16, n. 4, p. 2653-2667, out./dez. 2021. e-ISSN: 1982-5587. DOI: https://doi.org/10.21723/riaee.v16i4.13612

Enviado el: 11/07/2021
Revisiones necesarias: 09/08/2021
Aprobado el: 10/09/2021
Publicado el: 21/10/2021