

FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA: A ELABORAÇÃO DE TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL PARA O ESTUDO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

FORMACIÓN INICIAL Y CONTINUA: LA ELABORACIÓN DE TAREAS DE APRENDIZAJE PROFESIONAL PARA EL ESTUDIO DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN

INITIAL AND CONTINUING TEACHER EDUCATION: THE DEVELOPMENT OF PROFESSIONAL LEARNING TASKS FOR THE STUDY OF THE CONCEPT OF FUNCTION



Caroline Miranda Pereira LIMA¹
e-mail: caroll_mpl@hotmail.com



Vinícius PAZUCH²
e-mail: vinicius.pazuch@ufabc.edu.br

Como referenciar este artigo:

LIMA, C. M. P. L.; PAZUCH, V. Formação inicial e continuada: A elaboração de tarefas de aprendizagem profissional para o estudo do conceito de função. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 18, n. 00, e023166, 2023. e-ISSN: 1982-5587. DOI: <https://doi.org/10.21723/riaee.v18i00.17242>



| Submetido em: 15/08/2023
| Revisões requeridas em: 07/09/2023
| Aprovado em: 11/10/2023
| Publicado em: 28/12/2023

Editor: Prof. Dr. José Luís Bizelli
Editor Adjunto Executivo: Prof. Dr. José Anderson Santos Cruz

¹ Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André – SP – Brasil. Mestra em Ensino e História das Ciências e Matemática.

² Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André – SP – Brasil. Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela ULBRA. Docente do Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC.

RESUMO: O presente artigo visa apresentar as Tarefas de Aprendizagem Profissional elaboradas sobre o conceito de função como um recurso para possibilitar oportunidades de aprendizagem profissional vinculadas aos conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores e futuros docentes de matemática. Para a elaboração das tarefas foi escolhido o modelo *Professional Learning Opportunities for Teachers*, utilizando as componentes da dimensão conceitual estabelecidas com base nos conceitos fundamentais e nos aspectos de aprendizagem do conteúdo de funções, definidos pelo material de apoio ao trabalho dos professores. Nesse aspecto, o instrumento formativo elaborado indica elementos de estruturas e possibilidades para o desenvolvimento inicial e contínuo da aprendizagem do professor fundamentada na prática, sendo que, para este artigo, não se apresenta resultados empíricos, visto que não houve coleta de dados, apenas a elaboração das tarefas.

PALAVRAS-CHAVE: Conceito de função. Tarefas de aprendizagem profissional. Tarefas matemáticas. Modelo PLOT. Conhecimento do professor.

RESUMEN: Este artículo tiene como objetivo presentar las Tareas de Aprendizaje Profesional elaboradas sobre el concepto de función como recurso para posibilitar oportunidades de aprendizaje profesional vinculadas al conocimiento matemático y didáctico de los docentes que imparten clases de matemática y futuros docentes de esta disciplina. Para la elaboración de las tareas fue elegido el modelo *Professional Learning Opportunities for Teachers*, que utiliza los componentes de la dimensión conceptual establecidos sobre la base de los conceptos fundamentales y los aspectos de aprendizaje del contenido de funciones, definidos por el material de apoyo al trabajo de los profesores. En este aspecto, el instrumento formativo elaborado indica elementos de estructuras y posibilidades para el desarrollo inicial y continuo del aprendizaje del profesor fundamentada en la práctica, este artículo no presenta resultados empíricos, pues no hubo recolección de datos, únicamente la elaboración de las tareas.

PALABRAS CLAVE: Concepto de función. Tareas de aprendizaje profesional. Tareas matemáticas. Modelo PLOT. Conocimiento del profesor.

ABSTRACT: This article aims to present the Professional Learning Tasks elaborated on the concept of function as a resource to enable professional learning opportunities linked to mathematical and didactic knowledge for teachers and future teachers of mathematics. For the elaboration of the tasks was chosen the model *Professional Learning Opportunities for Teachers*, that uses the components of the conceptual dimension established based on the fundamental concepts and learning aspects of the content of functions, defined by the material to support the work of teachers. In this regard, the training instrument developed indicates elements of structures and possibilities for the initial and continuous development of teacher learning grounded in practice, whereas, for this article does not present empirical results, because there was no data collection, only the preparation of tasks.

KEYWORDS: Concept of function. Professional learning tasks. Mathematical tasks. PLOT Model. Teacher's knowledge.

Introdução

A formação inicial de professores ocorre em cursos de graduação de Licenciatura e Pedagogia e por meio de outras atividades extracurriculares que compõem momentos de aprendizagem docente. Tal aprendizagem não pode se dissociar da formação inicial e da continuada, visto que a prática pedagógica representa o elemento que interliga os processos formativos docentes através de discussões teóricas e exercícios práticos – o que expressa a indissociabilidade dos distintos períodos de formação do professor (PIMENTA, 2012; TARDIF, 2014).

Nesse aspecto, estudos com foco na conexão entre a formação inicial e a continuada de professores têm sido pouco realizados (ROLDÃO, 2007), de modo que não articulam ambos os campos de investigação, o que diverge da concepção do desenvolvimento profissional como um *continuum*³ (NÓVOA, 1991). À formação inicial do futuro professor de matemática cabe desenvolver conhecimentos e concepções a respeito dos conceitos matemáticos e dos conhecimentos pedagógicos para o exercício da docência. Dessa forma, dado que o desenvolvimento profissional docente se baseia no contínuo, a formação continuada envolve a experiência docente – de maneira que os professores que ensinam matemática possam aperfeiçoar o seu repertório de conhecimento do conteúdo e do estudante – e auxilia na superação de obstáculos evidenciados no ambiente da sala de aula (ZUFFI; PACCA, 2002).

Pesquisas de Gorzoni e Davis (2017) e de Rangel, Giraldo e Maculan Filho (2015) evidenciam o estímulo e a proposta de ambientes colaborativos em que professores possam refletir a respeito de sua prática à luz de um referencial teórico, de maneira que o processo de formação não seja isolado. É um caminho para estabelecer a colaboração ao longo da formação de professores e a utilização de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) (BALL; COHEN, 1999; SMITH, 2001; SWAN, 2007), que explicitam artefatos da prática, como materiais curriculares, vídeos, episódios de aula e trabalhos dos estudantes.

As TAP, segundo as concepções sobre aprendizagem profissional de Ball e Cohen (1999), indicam que as discussões coletivas são a base para a aprendizagem profissional, pois, pelo diálogo, professores podem ampliar suas próprias oportunidades de aprender ao compreenderem, compararem e (re)formularem suas próprias incertezas. A utilização das TAP como recurso didático pedagógico para a formação inicial e continuada de professores concentra três pilares: os artefatos de prática, os desdobramentos fundamentados nas referidas

³ Segundo Nóvoa (1991), um desenvolvimento *continuum* implica a formação permanente do professor, a fim de que ocorra um processo continuado de crescimento do profissional, que envolve a formação inicial e a continuada.
RIAEE – Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, Araraquara, v. 18, n. 00, e023166, 2023. e-ISSN: 1982-5587
DOI: <https://doi.org/10.21723/riaee.v18i00.17242>

TAP e o papel do formador de professores — mediador das oportunidades de aprendizagem profissional e de novas práticas letivas ao longo do processo formativo.

Com a exploração de um conteúdo matemático específico para ser implementado nas TAP, este artigo tem como foco a apresentação e a discussão das TAP elaboradas para o estudo do conceito de função na formação inicial e continuada de professores de matemática. Nessa perspectiva, o elo entre o estudante e o saber é estabelecido através do professor⁴, assim, além de auxiliar na compreensão do conhecimento que está presente no pensamento dos estudantes, ancorados em aprender na prática e com a prática, o uso das TAP pode possibilitar a construção dos conhecimentos de maneira ativa, a fim de estabelecer as mais diversas relações (desequilíbrios, novas hipóteses e interpretações) que envolvem o conceito função.

Fundamentação teórica

Tarefas Matemáticas (TM) e Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP)

A elaboração das TAP terá suporte nas pesquisas de Ponte (2014), Ball e Cohen (1999) e Silver *et al.* (2007) no que diz respeito à sua estruturação. No contexto de sala de aula, a palavra “tarefa” pode ser entendida como um produto usualmente elaborado pelo professor, mas não necessariamente. Ponte (2014) com o propósito de mobilizar conhecimentos e concentrar a atenção dos estudantes para uma ideia matemática (STEIN *et al.*, 2009), que pelo seu lado, refere-se a uma atividade matemática para resolver (CUNHA, 2000; PONTE, 2014). Portanto, a tarefa é uma ação exterior ao estudante e a atividade é uma ação efetuada por ele.

Segundo Boavida *et al.* (2008), o professor pode utilizar diferentes tipos de tarefas ao considerar o contexto de aprendizagem, sejam aquelas que conduzem à memorização e à prática procedural ou as orientadas para pensamentos mais elaborados. Com relação a isso, Ponte (2005) aponta quatro diferentes tipos de tarefas: o exercício, o problema, a exploração e a investigação, como sugeridas na Figura 1. A estrutura horizontal se refere ao grau de clareza do conteúdo, isto é, aos tipos de raciocínios requeridos divididos entre o aberto e o fechado, enquanto a estrutura vertical está relacionada à percepção da dificuldade da tarefa, e os níveis de demanda cognitiva variam entre o reduzido e o elevado.

⁴ A relação mencionada entre professor - saber - estudante refere-se ao triângulo da didática de D’Amore (2007).

Figura 1 – Relação entre tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura



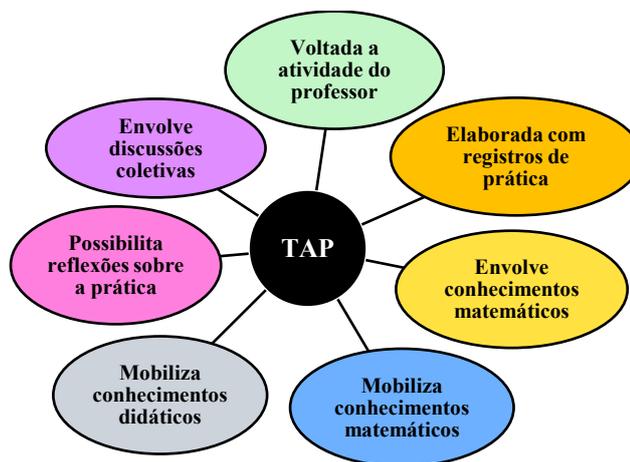
Fonte: adaptado de Ponte (2005)

Essa relação entre diversos tipos de tarefas ajuda a classificar as Tarefas Matemáticas (TM), entendidas como

[...] tarefas que pedem aos alunos a execução de um procedimento memorizado, de maneira rotineira, representam um certo tipo de oportunidade para os alunos pensarem; tarefas que exigem que os alunos pensem conceitualmente e que os estimulem a fazer conexões representam um tipo diferente de oportunidade para os alunos pensarem (STEIN; SMITH, 2009, p. 22).

Por outro lado, com objetivo de ampliar os domínios do conhecimento do professor (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), as TAP representam uma oportunidade para a aprendizagem profissional do professor (BALL; COHEN, 1999; RIBEIRO; PONTE, 2020; SILVER *et al.*, 2007), pois agregam elementos que proporcionam seu aprimoramento: (Figura 2).

Figura 2 – Estrutura e possibilidades das TAP para a formação de professores



Fonte: adaptado de Barboza (2019)

A respeito dos elementos elencados por Barboza (2019), destaca-se que essas tarefas são voltadas à atividade do professor; envolvem conceitos matemáticos; mobilizam conhecimentos matemáticos e didáticos; abrangem discussões que podem possibilitar reflexões

sobre a prática docente e, por fim, são elaboradas com registros de prática⁵. Assim, as TAP neste artigo são compostas por TM, destinadas para estudantes da Educação Básica, de maneira que elas representam registros da prática a serem realizadas pelos estudantes.

Outros componentes que podem oportunizar a aprendizagem profissional para professores se referem ao papel e às ações do formador (RIBEIRO; PONTE, 2020), de maneira que a “interação entre os professores e o formador, no uso de TAP, possa ser um fator importante à promoção de oportunidades de aprendizagem, baseadas na prática” (BARBOZA; PAZUCH; RIBEIRO, 2021, p. 7). As TAP também permitem visualizar os efeitos dos planejamentos do formador na construção dos conhecimentos matemáticos e didáticos do professor.

O estudo de funções na formação de professores

Conceitos matemáticos atuais e mais complexos são elaborados por meio de evoluções contínuas, uma composição gerada em diferentes períodos históricos por distintas mentes humanas (ZUFFI; PACCA, 2002). O conceito de função, por exemplo, teve sua primeira elaboração formal a partir dos estudos de movimentos e de taxas de mudanças de quantidades variando continuamente, desenvolvidos por Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716) (SOUSA; MOURA, 2019).

Todavia, a evolução do conceito de função não se estagnou nos trabalhos de Newton e Leibniz, pelo contrário, ele expressa significados para além da compreensão de fenômenos naturais, visto que, em Matemática, esse conceito aplica-se às generalizações, à resolução de problemas e à formalização de outros conceitos matemáticos mais abstratos (SOUSA; MOURA, 2019). No que tange ao ensino de Funções em território brasileiro, os direcionamentos curriculares sobre a orientação do que “deve” ser ensinado pelo professor de matemática aos seus estudantes na Educação Básica são organizados e estruturados por intermédio da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), já que

[...] currículos tem papéis complementares para assegurar as aprendizagens essenciais definidas para cada etapa da educação básica, uma vez que tais aprendizagens só se materializam mediante o conjunto de decisões que caracterizam o currículo em ação (BRASIL, 2017, p. 12).

⁵ Envolvem artefatos da prática, como materiais curriculares, vídeos, episódios de aula e trabalho dos estudantes (BALL; COHEN, 1999).

Em relação ao currículo de Matemática, na BNCC o conteúdo de Funções é apresentado no campo da Álgebra. Neste documento, é definido o conjunto de conhecimentos e habilidades essenciais que se espera que os estudantes desenvolvam no processo de aprendizagem.

A compreensão de conceitos matemáticos vinculados ao campo da Álgebra requer o desenvolvimento do pensamento algébrico, que permite “lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10). Para Ribeiro e Cury (2015), o pensamento algébrico representa um processo de generalização realizado por estudantes, cujas argumentações apresentadas são ideias matemáticas provenientes de observações de um conjunto de dados particulares.

Assim, Ribeiro e Cury (2015) retomam as concepções sobre pensamento funcional e referem-se a ele através do ato de generalizar a variação de duas grandezas relacionadas e explorar a ideia fundamental do conceito matemático de função. Sendo assim, a configuração do ensino de Função como uma dimensão da Álgebra reforça a articulação entre os campos de conhecimento, determinados por equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação (BRASIL, 2017).

A construção do conceito de função e respectivos conhecimentos a ele vinculados inicia-se na Educação Básica, e é ampliado e formalizado na formação inicial de professores. Porém, é necessário dar seguimento à construção do conceito por meio de processos de formação continuada, dado que muitos dos conhecimentos profissionais emergem na prática (LAMPERT, 2010). O professor detém um papel significativo para envolver conceitos matemáticos, aspectos curriculares, pedagógicos e didáticos na sua prática, visto que “os conhecimentos profissionais se constroem na ação e na interação e só são realmente úteis se forem mobilizáveis na ação” (PONTE, 1999, p. 16).

Com isso, entende-se que a aprendizagem do docente continua e está fundamentada na prática dos professores que já se encontram no ambiente de trabalho da sala de aula e dos futuros professores, que (re)significam seus conhecimentos ao entrarem em contato com experiências práticas profissionais. A proposta de trabalho do conceito de função com o uso de TAP reforça a perspectiva de aprender na prática e com a prática, de investigar o ensino no próprio ensino, de modo a oportunizar momentos de aprendizagem profissional, seja na formação inicial ou na continuada.

Procedimentos metodológicos

Elaboração de um quadro de referência

Para a elaboração de um quadro de referência, optou-se por utilizar o modelo *Professional Learning Opportunities for Teachers* (PLOT)⁶, desenvolvido por Ribeiro e Ponte (2020) para o planejamento e a execução de programas de formação de professores. Esse modelo foi estabelecido pelos pesquisadores para unificar três domínios presentes nas pesquisas de formação de professores no campo da Educação Matemática que envolvem o Papel e as Ações do Formador (PAF), as TAP e as Interações Discursivas entre os Participantes (IDP).

O modelo PLOT, ao associar oportunidades de aprendizagem do professor em sua estrutura, visa conceber uma perspectiva interativa e interconectada aos processos de formação de professores (RIBEIRO; PONTE, 2020). A estrutura de cada domínio do modelo PLOT é composta por quatro componentes divididas entre a dimensão conceitual, caracterizada pela estrutura e bases teóricas, e a dimensão operacional, que manifesta as orientações para a forma de aplicação do modelo, como pode ser verificado no Quadro 1. A ação conjunta de ambas as dimensões tem como viés a organização de um processo de formação de professores, a identificação e a compreensão de como surgem oportunidades de aprendizagem profissional para os professores e se elas aparecem (RIBEIRO; PONTE, 2020).

Quadro 1 – Dimensões, componentes e características do modelo PLOT em três domínios

	Dimensão conceitual		Dimensão operacional	
	Componente	Característica	Componente	Característica
<i>Papel e Ações do Formador (PAF)</i>	<i>Aproximação</i>	Favorecer a aproximação da Matemática Acadêmica (MA) à Matemática Escolar (ME) e vice-versa.	<i>Gestão</i>	Promover o gerenciamento de um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório, com as diferentes fases dessa abordagem.
	<i>Articulação</i>	Estimular a articulação entre as dimensões matemática e didática do conhecimento profissional para ensinar.	<i>Orquestração</i>	Preparar e desenvolver a orquestração de discussões matemáticas e didáticas entre todos os participantes.
<i>Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP)</i>	<i>Conhecimento profissional</i>	Explorar os conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores, relacionados à/s TME.	<i>Tarefa Matemática</i>	Contemplar tarefa/s matemática/s dos estudantes (TME), de alto nível cognitivo.
	<i>Ensino Exploratório</i>	Possuir estrutura que propicie um ambiente de ensino-aprendizagem exploratório.	<i>Registros de Prática</i>	Envolver diferentes tipos de registros de prática, organizados em forma de <i>Vignettes</i> .

⁶ O modelo PLOT foi concebido a fim de atender à demanda de desenvolvimento de estruturas compartilhadas para o estudo da aprendizagem dos professores mediante uma perspectiva interativa e interconectada.

Interações Discursivas entre os Participantes	Discussões Matemáticas e Didáticas	Contemplar, de forma articulada, as discussões matemáticas e didáticas relacionados às TME.	Linguagem mobilizada	Contemplar a utilização de linguagem matemática e didática adequada e pertinente ao nível de ensino das TME.
	Argumentação e Justificação	Envolver argumentação e justificação matemáticas e didáticas válidas.	Comunicação dialógica	Promover a comunicação dialógica e integrativa entre todos os participantes.

Fonte: Ribeiro e Ponte (2020)

Neste artigo, foi considerado exclusivamente o domínio de TAP com suas respectivas componentes, com abordagem da dimensão conceitual através do conhecimento profissional e do ensino exploratório e da dimensão operacional por meio das tarefas matemáticas e dos registros de prática.

Quadro 2 – Dimensões, componentes e características no domínio da TAP com foco no ensino do conceito de função para diferentes níveis de ensino da Educação Básica

	Dimensão Conceitual		Dimensão operacional	
	Componente	Característica	Componente	Característica
Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Conhecimento profissional	Trabalho com sequências de funções de variável natural.	Tarefa matemática	Identificação e seguimento de um padrão de sequência.
	Ensino exploratório	A cada número (ordem) realizar uma correspondência com um dado termo, que pode ser um número, um objeto geométrico ou outro objeto qualquer.	Registro de prática	Tarefa matemática a ser fornecida para os estudantes dos Anos Iniciais.
Anos Finais do Ensino Fundamental	Conhecimento profissional	Correspondências entre duas variáveis, representadas em tabelas, gráficos e diagramas. Não se aborda a definição formal do conceito de função.	Tarefa matemática	Resolução de um problema com foco na variação da área de um polígono em função de uma dada distância.
	Ensino exploratório	Ênfase na resolução de problemas relativos a situações de proporcionalidade direta, que envolvem relações funcionais.	Registro de prática	Tarefa matemática a ser fornecida para os estudantes dos Anos Finais, com um roteiro, para a construção do polígono do problema no software Geogebra.
Ensino Médio	Conhecimento profissional	Abordagem do conceito de função de forma explícita, além da transição entre distintas representações de uma função.	Tarefa matemática	Análise de domínio e imagem de uma função a partir de seu gráfico e expressão algébrica.
	Ensino exploratório	Os estudantes podem: - Definir o que é uma função	Registro de prática	Tarefa matemática a ser fornecida para os estudantes do Ensino

	(conceito e noção ⁷); - Identificar relações definidas como funções e não funções; - Indicar domínio, imagem e contradomínio; - Reconhecer as representações tabular, diagrama, algébrica, generalização de padrões, gráfica e formal; - Usar o conceito na resolução de problemas e modelagem de situações reais.	Médio, com duas resoluções incorretas mais comuns entre os estudantes.
--	--	--

Fonte: Elaborado pelos autores

O Quadro 2 apresenta a estruturação da TAP com foco no ensino do conceito de função para cada nível de ensino da Educação Básica, sintetizando direcionamentos curriculares e didáticos para o ensino. A caracterização de cada componente foi estabelecida através da análise do capítulo “Funções”, da obra *Álgebra no Ensino Básico*⁸, de Ponte, Branco e Matos (2009). De acordo com as fundamentações conceituais e os aspectos de aprendizagem, apresentados em Ponte, Branco e Matos (2009), foram determinados os conhecimentos profissionais a serem mobilizados na ação e os direcionamentos do ensino exploratório, assim, as características das componentes de dimensão operacional foram estipuladas consoante as componentes da dimensão conceitual.

Elaboração de um quadro de referência

Totalizando três TAP, elas são identificadas como: TAP – EFI, que é composta de duas TM (TM1 e TM2) para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental; TAP – EFF, que detém uma TM (TM3) para os Anos Finais do Ensino Fundamental; e TAP – EM que apresenta a TM4, cujo conhecimento matemático vincula-se ao currículo do Ensino Médio.

Seguindo as orientações do Quadro 2, foram selecionadas e adaptadas TM cujos objetivos vinculam-se às características das componentes da dimensão conceitual e, a partir do uso das cores apresentadas na Figura 2, o Quadro 3 representa uma legenda para os elementos da TAP presentes (direta ou indiretamente) em sua estrutura.

- Objetivo(s) TM1: Identificar e desenvolver o padrão da sequência de cores de uma centopeia;

⁷ Relação entre variáveis e correspondência unívoca entre dois conjuntos.

⁸ Material de apoio ao trabalho dos professores no âmbito do Programa de Matemática do Ensino Básico.

- Objetivo(s) TM2: Identificar e analisar o padrão de sequência de peões por meio de uma imagem;
- Objetivo(s) TM3: Analisar a variação da área do polígono BCDP, em função da distância do segmento $AP = x$, a fim de determinar o gráfico que descreve esse comportamento;
- Objetivo(s) TM4: Analisar o domínio e a imagem da função $f(x) = ax+3$ a partir da sua expressão algébrica e de seu gráfico.

Quadro 3 – Legenda de cores dos elementos de estrutura e possibilidades da TAP

Cor do elemento				
Estrutura e elementos da TAP	Atividade do professor	Envolvimento de conceitos matemáticos	Mobilização de conhecimentos didáticos	
Cor do elemento				
Estrutura e elementos da TAP	Registros de prática	Mobilização de conhecimentos matemáticos	Possibilidade de reflexão	Discussão coletiva

Fonte: Elaborado pelos autores

Em relação à sua estrutura, as TAP foram divididas em duas partes: Parte 1 composta por um registro de prática (TM e/ou registro de estudante), e nela cabe ao formador orientar a respeito dos conhecimentos matemáticos e didáticos que podem ser mobilizados nessa seção; Parte 2 faz referência à prática dos professores, e a análise da Parte 1 é feita em paralelo às discussões e reflexões mediadas pelo professor formador. As discussões são essenciais para que ocorram mudanças na comunicação matemática no que diz respeito ao estudo de um conceito por meio de sua definição (TABACH; NACHLIELI, 2015), e é importante frisar que nem todas as discussões apresentam potencial para uma mudança relativa na prática (BARBOZA; PAZUCH; RIBEIRO, 2021; TABACH, NACHLIELI, 2015).

A discussão se desenvolve a partir da apresentação das TAP elaboradas, que se enquadram como materiais para a coleta de dados. Neste artigo não será feita uma descrição sobre o processo de execução de uma TAP em sala de aula. Portanto, não haverá inclusão de elementos empíricos, apesar de representar um recurso em potencial para desenvolver momentos formativos colaborativos.

Discussão e apresentação das TAP

As TAP são apresentadas em duas figuras, a Parte 1 (Figura 3) referente às TM e a Parte 2 (Figura 4) com as questões para análise e reflexão. Ressalta-se que elas podem abordar o conceito de função de diferentes maneiras, a depender das discussões e reflexões realizadas pelos professores e futuros professores e da ação do professor formador (BARBOZA; PAZUCH; RIBEIRO, 2021; RIBEIRO; PONTE, 2020).

Figura 3 – Parte 1: TAP – EFI / TAP – EFF / TAP – EM

TM1: Cores da centopeia 

Material necessário: Massa de modelar, pedaço de barbante (ou similar) e miçangas ou contas de diferentes cores.

Desenvolvimento:



Etapa 1: Criar uma centopeia com massa de modelar para que os estudantes, em roda, identifiquem como as cores se repetem no corpo da centopeia, ou seja, o padrão da sequência. Em seguida, solicita aos estudantes que continuem a desenvolver o padrão, aumentando o corpo da centopeia.

Etapa 2: Em duplas, os estudantes criam centopeias com um motivo de repetição para o colega descobrir e continuar.

Etapa 3: As crianças poderão fazer o registro de uma das sequências elaboradas por elas.

Fonte: ADAPTADO de <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/>

TM2: As estripulias de Pedrinho 

Material necessário: Pode-se fornecer objetos aos estudantes de modo que estes representem os piões.

Desenvolvimento:

Pedrinho é um garoto muito esperto e brincalhão. Ele também gosta de inventar mistérios para os amigos descobrirem. Vejam a ideia que ele teve:



Apresentar as perguntas abaixo aos estudantes para que comentem e registrem conclusões a respeito da ideia de Pedrinho:

- Nessas imagens, o que observam?
- Os piões são todos iguais?
- Os piões se repetem em alguma ordem? O que você descobriu?
- Qual foi esse segredo que Pedrinho usou?
- Usando o segredo que você descobriu, quais seriam as próximas figuras?

Fonte: ADAPTADO da Coleção SBEM (Volume 12, 2018)

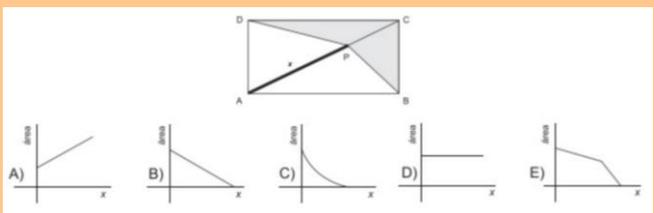
TM3: QUESTÃO OBMEP 2007:

Qual dos gráficos abaixo descreve a variação da área do polígono BCDP em função da distância $x=AP$?

Para a realização desta tarefa matemática será utilizado o software dinâmico Geogebra. Abaixo segue o roteiro para a construção do polígono BCDP, elaborado por um professor:



Fonte: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>



ROTEIRO:



Os alunos devem trabalhar em duplas ou trios para realizarem a construção e, em seguida, explorarem a construção e registrarem suas conclusões para encontrar a resposta.

- Criar os pontos A e B, sobre uma mesma horizontal, e depois determinar o segmento AB.
- Traçar duas perpendiculares ao segmento AB, pelos pontos A e B.
- Marcar um ponto C sobre a perpendicular por B, utilizando a ferramenta “Ponto em objeto”.
- Por C, traçar uma perpendicular à reta BC e criar o ponto D, com a ferramenta “Interseção de dois objetos”, na interseção com a outra perpendicular.
- Ocultar as retas e construir os segmentos BC, CD e DA.
- Construir a diagonal AC e inserir um ponto P sobre ela.
- Com a ferramenta “Polígono”, construir BCDP: clicar seguidamente em B, C, D, P e novamente em B para fechar o ciclo.
- Ao clicar com o botão direito do mouse sobre o polígono, em “Propriedades”, alterar para “Exibir Rótulo – Valor”, para exibir na tela o valor numérico da área do polígono.
- Construir o segmento AP e nomear como “x” a legenda e exibi-la (através do menu “Propriedades”).
- Clicar na Janela de Visualização 2 (para que o ponto Q, a ser construído, apareça nesta nova janela) e entrar com o seguinte comando na barra de entrada: $Q = (n, \text{pol1})$, onde n é o nome do segmento AP e pol1 é a identificação da área do polígono BCDP.

Obs: verificar a Janela de Álgebra para certificar-se que o nome está correto.
 - Movimentar o ponto P na Janela 1 e verificar o ponto Q percorrer uma trajetória na Janela 2.
 - Com o botão direito sobre o ponto Q, clicar em “Habilitar Rastro” e com o botão direito sobre o ponto P, clicar em “Animar”.

TM4: Teste de múltipla escolha

Seja uma função com domínio e imagem reais dada por $f(x) = ax+3$. Qual é o valor de $f(9)$?

a) 6
b) 9
c) 10
d) 15
e) 18

Abaixo são apresentados os dois tipos mais frequentes de resoluções incorretas dos estudantes:

R1:
 $f(x) = a \cdot x + 3$
 $f(3) = 3a + 3$
 $f(3) = 3 \cdot 5 + 3$
 $f = 15 + 3 = 18$
 $f = 6$

R2:
 $f(x) = a \cdot x + 3$
 $f(9) = a \cdot -3 + 3$
 $f(9) = a$
 $f = 9/a$
 $f = 9$

Fonte: Adaptada de Bortoli (2011, p. 45-46)

Figura 4 – Parte 2: TAP – EFI / TAP – EFF / TAP – EM

Parte 2: Análise das Tarefas Matemáticas (TM1, TM2, TM3 e TM4)

- 1) Resolvam as tarefas propostas e registrem todos os procedimentos utilizados.
- 2) Para qual ano indicariam a aplicação da TM1, TM2, TM3 e TM4? O que está sendo estudado (conteúdo)?
- 3) Qual(is) a(s) dificuldade(s) os estudantes podem apresentar ao realizarem esta tarefa?
- 4) Qual(is) o(s) objetivo(s) matemático(s) podem ser considerados para a utilização da TM1 e TM2?
- 5) Considerando o que responderam nos itens anteriores, utilizariam esta tarefa em uma aula de matemática? Como podem desenvolvê-la? Fariam modificações/adaptações?

Análise exclusiva para TM3)

- 6) Considerando os itens abaixo:
 - Apresentar correspondências entre duas variáveis que se podem representar em tabelas, gráficos e diagramas.
 - Proporcionar a resolução de problemas.
 Tomando os itens como objetivos didáticos, como tais objetivos poderiam ser trabalhados em sala de aula?
- 7) Em outra perspectiva de abordagem do problema, o professor detém do arquivo Obmep 2007.ggb, representado na Figura abaixo.

7a) Como avaliam o roteiro elaborado pelo professor no que diz respeito a compreensão dos alunos sobre o passo a passo apresentado?

7b) Como utilizariam o arquivo Obmep 2007.ggb nas suas aulas?

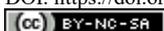
7c) Como podem realizar a abordagem e discussão da resolução do problema, caso não fosse fornecido o roteiro aos estudantes e eles tivessem de utilizar o Geogebra para encontrar a solução?

Figura - Obmep 2007.ggb. / Fonte: a autora.

Análise exclusiva para TM4)

- 6) Expliquem sobre o que pode ter levado os estudantes a cometerem tais equívocos em suas respostas? Comentem e dêem uma devolutiva para as respostas equivocadas, pontuando quais as semelhanças e diferenças entre as resoluções.

	Explicação sobre as respostas incorretas	Semelhanças	Diferenças	Devolutiva
R1				
R2				



7) Como a utilização de recursos tecnológicos, mais especificamente o Geogebra, pode auxiliar na resolução do problema e na compreensão da definição de função? 

Fonte: Elaborado pelos autores

A TAP– EFI possibilita a utilização de materiais manipuláveis diversificados, como massas de modelar, blocos lógicos, barras Cuisenaire, blocos de encaixe, coleções diversas, entre outros. O recurso dos materiais manipuláveis pode ser usado para compor sequências fisicamente. Segundo Murari (2011), a utilização desses recursos permite um movimento mais dinâmico ao ser acompanhada da discussão entre estudantes e professores, e a representação visual — de padrões de sequências, nesse caso — é a ilustração da resolução de um problema.

A TM1 e a TM2 na TAP–EFI trabalham com sequências por meio da disposição do corpo de uma centopeia e da posição em que se encontram peões. O desenvolvimento do pensamento algébrico e funcional é favorecido tendo em vista que as atividades realizadas pelos estudantes potencializam a capacidade de *reconhecer padrões de uma sequência – pela percepção de sua regularidade, pela continuação a uma sequência repetitiva, pela correspondência de uma sequência de objetos a uma dada posição* – e a análise do seu discurso matemático, que é revelado ao longo do processo de ensino e aprendizagem (RIBEIRO; CURY, 2015).

A TAP – EFF estabelece uma *conexão entre o conteúdo de Função do campo da Álgebra e o do campo da Geometria*, pois *elencas aspectos históricos* do surgimento do conceito de função (GONÇALVES, 2015; SOUSA; MOURA, 2019), sem abordar sua definição explicitamente (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). A proposta de utilização da ferramenta do Geogebra para resolução da TM3 também proporciona a conexão entre a Álgebra e a Geometria ao “relacionar as informações dadas algebricamente com as representações gráfica e em tabela e apresentam os objetos matemáticos numa representação mais próxima da usual” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 16).

Através da análise da TM3, proposta pela TAP – EFF, professores podem ser instigados a debater sobre a compreensão do conceito de função através de diversas representações, como a transição entre gráficos cartesianos, a linguagem algébrica e a linguagem geométrica. Ao vincular o objetivo de *associar o conceito de funções ao estudo das propriedades das diversas representações*, é preciso que o conceito (de função) e seu caráter integrador (a várias representações) sejam compreendidos por quem vai ensiná-lo, e desenvolvidos de formas diversificadas no âmbito da sala de aula (GONÇALVES, 2015).

As TAP *oportunizam a reflexão sobre problemas pedagógicos*. A TAP-EM agrega discussões a respeito das resoluções incorretas dos estudantes, com o intuito de caracterizar a origem das dificuldades de compreensão conceitual que levaram o aluno ao erro. Para a compreensão da TM4, é essencial entender a definição do conceito de função para a resolução do problema e percepção dos equívocos cometidos pelo estudante. Possíveis soluções para os problemas na prática pedagógica podem ser evidenciadas com a utilização das TAP, pois elas proporcionam um processo de reflexão, de compartilhamento e de construção de conhecimentos coletivos (SILVER *et al.*, 2007).

Ao analisar as três TAP que foram elaboradas, destaca-se que em todas as TAP há questões que pedem a resolução das TM e a sua adequação a um dado ano de ensino com o propósito de *determinar os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos didáticos* do professor, respectivamente. A partir da identificação por cores das estruturas e possibilidades da TAP, ressalta-se que pela cor roxa, todas as TAP são passíveis de discussão coletiva, a depender do modo como o professor formador conduz a aprendizagem profissional do professor (BALL; COHEN, 1999; SMITH, 2001).

Os registros de práticas (cor laranja) expressam parte essencial dos objetivos da TAP, pois concentram a temática das possíveis discussões e as consequentes reflexões, que são a base para a aprendizagem profissional (BALL; COHEN, 1999; BARBOZA, 2019; SILVER *et al.*, 2007). Referências à atividade do professor (cor verde), às mobilizações de conhecimentos matemáticos (cor azul) e didáticos (cor cinza) e à possibilidade de reflexão (cor rosa) concentram-se em sua maioria na segunda parte da TAP, que direciona para a análise de registros de prática (cor laranja) e da abordagem dos conceitos matemáticos por meio das TM (cor amarela).

Acerca disso, Barboza (2019) revela que a escolha da estrutura da TAP é central no processo de aprendizagem do professor, de maneira que este experiencie a “formação de novas estruturas de conhecimento, combinando várias de suas esferas e potencialmente algum novo conhecimento, seja individual ou coletivamente” (p. 23). Por outro lado, a autora destaca que as TAP, intrinsecamente, não detêm a capacidade para (re)significar e mobilizar conhecimentos matemáticos e didáticos, sendo fundamental o reconhecimento às reflexões do professor que trabalha com elas, por intermédio dos questionamentos do formador e das discussões desencadeadas.

Considerando que a dificuldade no ensino e na aprendizagem de funções pelos alunos e pelos professores é verificada na formalização do conceito de função e nas relações com as

representações, a elaboração de tarefas pode representar um desafio (GONÇALVES, 2015). Com isso, elencar oportunidades para que professores evidenciem nas TAP os objetivos matemáticos e as estratégias didáticas para a aplicação das TM podem ampliar as possibilidades de desenvolvimento inicial e contínuo da aprendizagem do professor fundamentada na prática.

Considerações finais

Este artigo teve como objetivo *apresentar e discutir as TAP elaboradas para o estudo do conceito de função*. Nele foram identificados os elementos da TAP e foi evidenciado que as discussões e as reflexões sobre a prática ocorrem mediante a análise do registro dessa prática (BARBOZA, 2019) e sob os questionamentos cujos desdobramentos são orientados pelo formador (BARBOZA; PAZUCH; RIBEIRO, 2021). A abordagem didática do conceito de função é, então, adaptada para cada nível de ensino, em busca do desenvolvimento gradativo do pensamento funcional, da familiaridade com as diferentes representações e da apresentação formal da definição (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

A tentativa de estabelecer uma aproximação entre as componentes da dimensão conceitual e da dimensão operacional, presentes no Quadro 1, por meio das TAP, visa sanar a demanda por estruturas compartilhadas de desenvolvimento de estudo da aprendizagem dos professores. Nesse aspecto, as TAP estabelecem oportunidades para a formação inicial e continuada de professores ao (re)significarem conhecimentos matemáticos e didáticos mediante uma perspectiva interativa e interconectada da prática.

A proposta de desenvolver a aprendizagem profissional em um ambiente com perfis divergentes visa promover a formação do professor de matemática por meio do planejamento de tarefas, do ensino pela prática e da produção de conhecimento (GUMIERO; PAZUCH, 2019). Para maior compreensão da aprendizagem profissional e efetividade da utilização das TAP, é necessário utilizá-las como instrumentos de coleta de dados empíricos com um grupo heterogêneo. Por esta razão, ressalta-se que estabelecer estratégias para a aprendizagem profissional do professor de matemática exige renovações e novas alternativas à prática do professor, e a TAP é um meio de refletir, conjuntamente, a respeito da escolha dos recursos associados aos objetivos e às ideias matemáticas com as quais se deseja trabalhar.

REFERÊNCIAS

- BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practioners: toward a practice-based theory of professional education. *In*: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (org.). **Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice**. San Francisco: Jossey Bass, 1999. p. 3-32.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, Thousand Oaks, v. 59, p. 389-407, 2008.
- BARBOZA, L. C. S. **Conhecimento dos professores dos anos iniciais e o sinal de igualdade**: uma investigação com tarefas de aprendizagem profissional. 2019. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André, SP, 2019.
- BARBOZA, L. C. S.; PAZUCH, V.; RIBEIRO, A. J. Tarefas para a aprendizagem de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. **Zetetiké**, Campinas, v. 29, p. 1-25, 2021. DOI: 10.20396/zet.v29i00.8656716.
- BOAVIDA, A. *et al.* **A Experiência Matemática no Ensino Básico**: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. Ministério da Educação. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular, 2008.
- BORTOLI, M. F. **Análise de erros em matemática**: um estudo com alunos de ensino superior. 2011. 94 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, RS, 2011. Disponível em: <http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/445>. Acesso em: 03 de abr. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2017.
- CUNHA, M. H. Saberes profissionais de professores de matemática. Dilemas e dificuldades na realização de tarefas de investigação. **Revista Millenium**, n. 17, 2000. Disponível em: <https://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/929> Acesso em: 05 abr. 2022.
- D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.
- GONÇALVES, A. C. **Aspectos da história do conceito de funções e suas representações por diagramas, linguagem algébrica e gráficos cartesianos**. 2015. 106 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2015.
- GORZONI, S. P.; DAVIS, C. O conceito de profissionalidade docente nos estudos mais recentes. **Cadernos de Pesquisa**, v. 47, n. 166, p. 1396-1413, out./dez. 2017.
- GUMIERO, B. S.; PAZUCH, V. Collaborative Work in Mathematics Teacher Education. **JIEEM**, v. 12, n. 3, p. 275-283, 2019. DOI: 10.17921/2176-5634.2019v12n3p275-283.

LAMPERT, M. Learning teaching in, from, and for practice: What do we mean? **Journal of Teacher Education**, Michigan, v. 61, n. 1-2, p. 21-34, 2010.

MURARI, C. Experienciando materiais manipulativos para o ensino e a aprendizagem da matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 187-211, dez. 2011.

NÓVOA, A. **Profissão Professor**. Porto: Porto Editora, 1991.

PIMENTA, S. (org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

PONTE, J. P. Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. *In*: TAVARES, J. (ed.). **Investigar e formar em educação**: Actas do IV Congresso da SPCE. Porto: SPCE, 1999. p. 59-72.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. *In*: GTI (ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem matemática. *In*: PONTE, J. P. (org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-30.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Ministério da Educação de Portugal, 2009.

RANGEL, L.; GIRALDO, V.; MACULAN FILHO, N. Conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. **International Journal for Studies in Mathematics Education (IJSME)**, v. 8, n. 2, p. 42- 70, 2015.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

RIBEIRO, A. J; PONTE, J. P. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 28, e020027, 2020. DOI: 10.20396/zet.v28i0.8659072.

ROLDÃO. M. C. A formação de professores como objecto de pesquisa – contributos para a construção do campo de estudos a partir de pesquisas portuguesas. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 1, n. 1, p. 50-118, 2007.

SILVER, E. A. *et al.* Where is the mathematics? Examining teachers' mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Springer Netherlands, v. 10, n. 4, p. 261-277, 2007.

SMITH, M. S. **Practice-based professional development for teachers of mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2001.

SOUSA, M. C.; MOURA, M. O. Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o

conceito de função. **Ciênc. Educ.**, Bauru, v. 25, n. 4, p. 1081-1099, 2019. DOI: 10.1590/1516-731320190040015.

STEIN, M. H.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, n. 105, p. 22-28, 2009.

STEIN, M. K. *et al.* **Implementing standards-based mathematics instruction**: a casebook for professional development. New York: Teachers College Press, 2009.

SWAN, M. The impact of task based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 10, p. 217-237, 2007.

TABACH, M.; NACHLIELI, T. Classroom engagement towards using definitions for developing mathematical objects: the case of function. **Educational Studies in Mathematics**, n. 90, p. 163-187, 2015.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. A. O Conceito de Função e sua linguagem para os professores de Matemática e de Ciências. **Ciência & Educação**, v. 8, n. 1, p. 1-12, 2002.

CRediT Author Statement

Reconhecimentos: Gostaríamos de agradecer ao Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC, juntamente com seus docentes, em especial à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelos investimentos realizados e pela oportunidade de realização do curso. Assim como aos colegas e professores do grupo de pesquisa “Formação de Professores e Tecnologias Digitais em Educação Matemática” (FORTEMAT), pelas experiências de aprendizagem, críticas construtivas e discussões benéficas compartilhadas.

Financiamento: Esta pesquisa foi financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Conflitos de interesse: Não há conflitos de interesse.

Aprovação ética: Como a pesquisa não envolve coleta de dados empíricos, tratando-se apenas de uma pesquisa teórica e bibliográfica, não houve a necessidade de submissão da mesma a um comitê de ética.

Disponibilidade de dados e material: A presente pesquisa faz parte de uma dissertação em formato multipaper, intitulada “O CONCEITO DE FUNÇÃO E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UM ESTUDO DA LITERATURA ESPECIALIZADA”, de autoria de um dos autores deste artigo. Logo, os dados e materiais utilizados estão parcialmente disponíveis, a fim de garantir a originalidade às revistas nas quais os artigos foram submetidos.

Contribuições dos autores: A elaboração da pesquisa responsável pelo desenvolvimento de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) com foco no conceito de função para formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, assim como este artigo, foram desenvolvidos de maneira colaborativa entre os autores. Neste aspecto, a autora **Caroline M. P. Lima** foi responsável por realizar a revisão sistemática de literatura e estabelecer os procedimentos metodológicos para a realização da pesquisa e construção das TAP. Enquanto o autor **Vinicius Pazuch** atuou na orientação da escolha de procedimentos e metodologias, assim como na organização da pesquisa. Por fim, ambos auxiliaram nos direcionamentos e avaliação das considerações finais no que tange aos aspectos teóricos, metodológicos e didáticos das discussões apresentadas.

Processamento e editoração: Editora Ibero-Americana de Educação.

Revisão, formatação, normalização e tradução.

