

**APRENDIZAJE Y PENSAMIENTO MATEMÁTICO: UNA MIRADA DESDE LA RESOLUCIÓN Y PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS POR PARTE DE LOS NIÑOS EN LOS PRIMEROS AÑOS**

**APRENDIZAGEM E PENSAMENTO MATEMÁTICO: UM OLHAR A PARTIR DA RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS POR CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS**

**LEARNING AND MATHEMATICAL THINKING: A LOOK AT PROBLEM-SOLVING AND POSING BY CHILDREN IN THE EARLY YEARS**



Norma Suely Gomes ALLEVATO<sup>1</sup>  
e-mail: normallev@gmail.com



Janaína Poffo POSSAMAI<sup>2</sup>  
e-mail: janainap@furb.br



Jinfa CAI<sup>3</sup>  
e-mail: jcai@udel.edu



Maurício Capobianco LOPES<sup>4</sup>  
e-mail: mclopes@furb.br

**Cómo hacer referencia a este artículo:**

ALLEVATO, N. S. G.; POSSAMAI, J. P. P.; CAI, J.; LOPES, M. C. Aprendizaje y pensamiento matemático: Una mirada desde la resolución y planteamiento de problemas por parte de los niños en los primeros años. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 19, n. esp. 2, e024072, 2024. e-ISSN: 1982-5587. DOI: <https://doi.org/10.21723/riaee.v19iesp.2.18551>



| **Enviado en:** 05/10/2023  
| **Revisiones requeridas en:** 17/01/2024  
| **Aprobado el:** 08/03/2024  
| **Publicado el:** 20/07/2024

**Editor:** Prof. Dr. José Luís Bizelli

**Editor Adjunto Ejecutivo:** Prof. Dr. José Anderson Santos Cruz

<sup>1</sup> Universidad Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo – SP – Brasil. Profesora y coordinadora del Programa de Posgrado en Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas. Doctora en Educación Matemática (UNESP).

<sup>2</sup> Universidad Regional de Blumenau (FURB), Blumenau – SC – Brasil. Profesora del Departamento de Matemática y del Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Becaria postdoctoral en Didáctica de las Ciencias y las Matemáticas (UNICSUL).

<sup>3</sup> Universidad de Delaware, Newark, Delaware – United States. Kathleen y Davis Hollowell. Profesor del Departamento de Ciencias Matemáticas. PhD (Universidad de Delaware).

<sup>4</sup> Universidad Regional de Blumenau (FURB), Blumenau – SC – Brasil. Profesor del Departamento de Sistemas y Computación, profesor y coordinador del Programa de Posgrado en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Doctorado en Ingeniería y Gestión del Conocimiento (UFSC).

**RESUMEN:** Este estudio tiene como objetivo analizar la asociación entre la resolución de problemas y la propuesta de problemas y su potencial para promover el aprendizaje y ayudar a comprender el pensamiento matemático de los estudiantes. Para ello, se realizó una investigación cualitativa del tipo estudio de caso, involucrando a estudiantes de 1° a 5° año de Educación Básica en la resolución de un problema que se adaptó con el fin de generar diferentes resultados de aprendizaje en relación con la operación de división, así como asociado a la propuesta de problemas a partir de la solicitud de agregar una pregunta al problema. Los resultados confirman la importancia de que el docente fomente las discusiones y comprenda el pensamiento matemático de los estudiantes; También revelan que la dificultad para interpretar el planteamiento del problema no siempre es la razón por la que los estudiantes no encuentran una solución. Además, los datos revelan el potencial de la propuesta de problemas para profundizar o avanzar en el aprendizaje resultante de la resolución de problemas.

**PALABRAS CLAVE:** Resolución de problemas. Proposición de problemas. Interpretación de la declaración. Currículo implementado. Enseñanza de las Matemáticas.

**RESUMO:** Este estudo tem o objetivo de analisar a associação entre a resolução e a proposição de problemas e seu potencial para promover a aprendizagem e ajudar a compreender o pensamento matemático dos estudantes. Para isso, foi realizada uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso, envolvendo estudantes do 1° ao 5° ano do Ensino Fundamental na resolução de um problema que foi adaptado de modo a gerar diferentes resultados de aprendizagem em relação à operação de divisão, bem como associa-se à proposição de problemas a partir da solicitação de adicionar uma pergunta ao problema. Os resultados confirmam a importância de o professor fomentar discussões e compreender o pensamento matemático dos estudantes; eles também revelam que a dificuldade em interpretar o enunciado do problema pode, nem sempre, ser a razão pela qual os alunos não apresentam uma solução. Adicionalmente, os dados relevam o potencial da proposição de problemas para aprofundar ou avançar nas aprendizagens decorrentes da resolução de problemas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Resolução de Problemas. Proposição de Problemas. Interpretação do enunciado. Currículo implementado. Ensino de Matemática.

**ABSTRACT:** This study aims to analyze the association between problem-solving and posing and its potential to promote learning and aid in understanding students' mathematical thinking. To this end, a qualitative case study was carried out involving elementary Grades 1-5' students in the solving of a problem that was adapted to generate different learning outcomes related to the division operation as well as associating the posing of problems with the request to add a question to the problem. The results confirm the importance of teachers' fostering of discussions and understanding students' mathematical thinking; they also reveal that difficulty in interpreting the problem statement may not always be the reason for students not providing a solution. In addition, the data shows the potential of problem posing to deepen or advance the learning that results from problem-solving.

**KEYWORDS:** Problem-solving. Problem posing. Interpretation of the statement. Implemented curriculum. Teaching mathematics.

## Introducción

Los planes de estudio de muchos países hacen hincapié en la resolución de problemas como una parte importante de lo que significa enseñar y aprender matemáticas (Brasil, 2018; National Council Of Teachers Of Mathematics, 2000) e, de hecho, la resolución de problemas está en el corazón de las matemáticas (Polya, 1985; Cai; Hwang, 2021). Sin embargo, a pesar de la abundancia de investigaciones, la implementación de la resolución de problemas como medio para enseñar Matemáticas sigue siendo un desafío para los docentes, debido a las creencias sobre lo que significa aprender Matemáticas o qué es la Resolución de Problemas.

La enseñanza a través de la resolución de problemas es un entorno diferente al de una clase que comienza con el profesor presentando el contenido y algunos ejemplos, y luego presenta problemas para los que los procesos de resolución ya se conocen o están prescritos por el profesor. Cuando se enseña a resolver problemas, el papel del alumno es aplicar los contenidos, repitiendo lo que se le ha enseñado. En la enseñanza a través de la resolución de problemas, los alumnos no se ven condicionados por ejemplos, sino que movilizan sus conocimientos previos y establecen conexiones, presentando resoluciones u obteniendo soluciones que a veces sorprenden al profesor, y pueden incluir estrategias imprevistas. Esta también puede ser una de las causas de la reticencia de los maestros a enseñar a través de la resolución de problemas (Liljedahl; Cai, 2021).

Al igual que la Resolución de Problemas, la Proposición de Problemas también ha sido de interés para la investigación en Educación Matemática. Más recientemente, también se ha orientado que los problemas a resolver deben ser propuestos no sólo por los profesores, sino también, y especialmente, por los alumnos (National Council Of Teachers Of Mathematics, 2020). Tanto la resolución de problemas como la propuesta de problemas son recursos importantes para pasar del currículo prescrito a la implementación en el aula. Sin embargo, a pesar de la amplia producción de investigaciones que abordan la enseñanza a través de la resolución de problemas y la proposición, la relación entre estos dos aspectos aún no se explica claramente en los materiales curriculares (Cai; Hwang, 2021; Possamai; Allevato; Strelow, 2023).

Las actividades de resolución de problemas, incluidas las de los libros de texto, pueden utilizarse como oportunidades para integrar la propuesta de problemas en las clases de matemáticas. Por ejemplo, los profesores pueden tomar cierta información de un problema original y pedir a los alumnos que la completen o complementen con nuevos datos o

información (Cai; Hwang, 2021); O pueden pedir a los estudiantes que creen o modifiquen el problema original para que sea más difícil (Allevato; Possamai, 2022; Cai *et al.*, 2023).

La investigación presentada en este artículo tiene como objetivo analizar la asociación entre la resolución de problemas y la proposición y su potencial para promover el aprendizaje y ayudar a comprender el pensamiento matemático de los estudiantes. Para ello, se presentan algunos aspectos teóricos que guían este estudio, para luego presentar los resultados y la discusión.

### **Resolución de problemas y proposición**

Aunque la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de las Matemáticas es incuestionable, los docentes no siempre tienen una posición clara sobre qué es un problema y qué es la resolución de problemas, impactando en la forma en que se desarrolla en el aula (Allevato, 2014; Bailey, 2022; Lester; Cai, 2016).

La resolución de problemas se explora en el presente estudio con el entendimiento de que un problema "es una tarea presentada a los estudiantes en un contexto educativo que presenta una pregunta para ser respondida, pero para la cual los estudiantes no tienen un procedimiento o estrategia de respuesta inmediatamente disponible" (Lester; Cai, 2016, p. 122, nuestra traducción) y que, por lo tanto, no puede resolverse únicamente con un esfuerzo procesal. Esta comprensión es importante porque se refleja en la forma en que se implementa la resolución de problemas en el aula, dado que los docentes suelen incluir los problemas y la resolución de problemas solo como un "complemento" que da a los estudiantes la oportunidad de aplicar o practicar un procedimiento específico previamente enseñado (Bailey, 2022; Allevato, 2014).

Esta concepción del problema constituye la resolución de problemas, en el contexto de las Matemáticas, como un tipo de actividad que a menudo se asemeja al pensamiento cotidiano, ya que, según Polya (1985, p. 13, nuestra traducción), "la mayor parte de nuestra actividad de pensamiento, que no es simplemente soñar despiertos, se refiere a lo que deseamos y a los medios para obtenerlo, es decir, de problemas".

Cuando se enseña a través de la resolución de problemas, el aprendizaje se produce durante el proceso de búsqueda de la solución al problema, durante el cual se abordan conceptos y se incorporan habilidades matemáticas relevantes (Allevato, 2014; Lester; Cai, 2016), en un entorno educativo que permite aprender matemáticas a través de las interacciones sociales,

negociando y produciendo significado, y desarrollando sistemas de conocimiento cada vez más conectados (Allevato, 2014; Allevato; Onuchic, 2021; Bailey, 2022).

Desde esta perspectiva, el problema se considera un punto de partida y ofrece una guía para el aprendizaje de nuevos conceptos y procedimientos matemáticos (Allevato; Onuchic, 2021). Sin embargo, vale la pena enfatizar que no es el formato del problema lo que define su potencialidad, sino las acciones del docente, condicionando los resultados al discurso (o falta de él) en el aula sobre los procesos de resolución utilizados. Es importante reiterar que

[...] El criterio más importante para que un problema matemático valga la pena es que el problema sirva como un medio para que los estudiantes aprendan matemáticas importantes. Un problema de este tipo no tiene por qué ser complicado ni tener un formato sofisticado. Siempre y cuando un problema promueva el aprendizaje de matemáticas importantes por parte de los estudiantes, es un problema que vale la pena (Lester; Cai, 2016, p. 123, nuestra traducción).

Pero ¿de dónde vienen o pueden venir estos problemas? En este aspecto, Getzels (1979) distinguió tres tipos de problemas: los presentados, los descubiertos y los creados, y en las clases de Matemáticas generalmente se pide a los estudiantes que resuelvan los problemas que se les presentan, teniendo ellos la tarea de resolverlos y los profesores de crearlos o seleccionarlos o adaptarlos de libros de texto u otros materiales.

Sin embargo, el incentivo a plantear problemas por parte de los estudiantes también está presente en documentos y guías curriculares actuales y ha sido foco de investigación en Educación Matemática, pues se percibe que es cognitivamente más exigente y, al mismo tiempo, más accesible que la Resolución de Problemas (Cai, 2022; Possamai; Allevato, 2023). Vieira, Possamai y Allevato (2023) señalan que la propuesta de problemas se considera una actividad cognitivamente más exigente que la resolución de problemas, porque estimula procesos de pensamiento más sofisticados, incluyendo el pensamiento crítico, lógico, reflexivo, metacognitivo y creativo.

Además, "la proposición de problemas como objetivo de la enseñanza de las matemáticas está ligada a la promoción de actividades matemáticas o relaciones positivas (curiosidad matemática, interés, placer) que animen a alumnos y profesores a plantear nuevos y mejores problemas" (Cai; Leikin, 2020, p. 297, nuestra traducción).

Cabe destacar que la proposición de problemas se refiere a la actividad en la que los estudiantes se encargan de crear un problema y presentarlo a un posible solucionador, a diferencia de resolver un problema determinado, generalmente presentado por el profesor, ya que generalmente se configura para resolver problemas en el aula. Así, mientras que, en la

resolución de problemas, el aprendizaje es el proceso de búsqueda de la solución, en la enseñanza a través de la propuesta de problemas, el aprendizaje se produce durante el proceso de creación y discusión de los problemas creados; De nuevo, creado por los estudiantes. Sin embargo, a pesar de ser actividades distintas, se complementan entre sí y pueden, de esta manera, potenciar el aprendizaje matemático, ya que, al analizar los problemas propuestos por los estudiantes, es posible identificar brechas conceptuales de aprendizaje que necesitan ser trabajadas (Possamai; Allevato, 2023) y así convertirlos en mejores solucionadores de problemas.

Existen diferentes posibilidades para integrar actividades de resolución de problemas en el aula, y una estrategia sencilla pasa por esta asociación con la resolución de problemas, haciendo pequeños cambios o inserciones en los problemas disponibles en los libros de texto. Investigaciones recientes (Cai, 2022; Caídas; Hwang, 2021) han demostrado que estas estrategias, aunque sean modestas, pueden alentar y aumentar significativamente la capacidad de los docentes para incluir la propuesta de problemas en sus lecciones.

En este estudio, se analiza la propuesta de problemas de los estudiantes mediante la adición de una pregunta a un problema ya resuelto y discutido en el aula, como se presenta a continuación.

### **Caracterización metodológica**

El estudio que se presenta en este artículo es cualitativo, con el objetivo de atribuir un significado al fenómeno investigado (Amando; Freire, 2014), y, específicamente, analizar la asociación entre la resolución de problemas y la proposición y su potencial para promover el aprendizaje y ayudar a comprender el pensamiento matemático de los estudiantes.

La investigación involucró a 14 estudiantes de 1º a 5º año de la Escuela Básica de una escuela pública ubicada en Santa Catarina, Brasil. La elección de los estudiantes fue aleatoria, realizada por un profesor de la escuela que ayudó a los investigadores con la recolección de datos. Se pidió a los estudiantes que resolvieran un problema generador<sup>5</sup> y, posteriormente, que propusieran una nueva pregunta para el problema, con el fin de desarrollar aprendizajes relacionados con la división y avanzar hacia el planteamiento de problemas. El problema

---

<sup>5</sup>Allevato y Onuchic (2021) denominan problema generador al que se propone iniciar y orientar la construcción del conocimiento sobre un nuevo concepto, contenido o procedimiento matemático.



generador se adaptó al nivel escolar de los estudiantes, y para los estudiantes de 1° y 2° año, la implementación se basó en la actividad presentada en la Figura 1.

**Figura 1** – Actividad de resolución de problemas y resolución de problemas implementada con alumnos de 1° y 2° de primaria

<p>Ricardo tiene un libro de 38 páginas. Ya ha leído 24 páginas de este libro y quiere terminar de leerlo en dos días, leyendo el mismo número de páginas cada día.</p> <p>a) Marque una X en las siguientes preguntas que puedan ser respondidas y presente la resolución.</p> <p>¿Cuántos días tardó en leer las 24 páginas?</p> <p>( ) ¿Cuántas páginas le quedan antes de que termine de leer?</p> <p>( ) ¿Cuál es el nombre del libro?</p> <p>( ) ¿Cuántas páginas debe leer al día?</p> <p>b) Crear una nueva pregunta que pueda ser respondida.</p>
--

Fonte: Adaptado de Itacarambi (2010)

Resolver el problema requirió que los estudiantes construyeran estrategias para lograr la división, en particular para la idea de la reducción a la mitad, que aún no se había discutido en clase. Esta problemática se adaptó a los demás cursos escolares, modificando la anunciada, como se muestra en el Cuadro 1, y en consecuencia las alternativas del ítem (a).

**Cuadro 1** – Adaptaciones del problema a otros cursos escolares

Año 3	Ricardo tiene un libro de 94 páginas. Ya ha leído 28 páginas de este libro y quiere terminar de leerlo en dos días, leyendo el mismo número de páginas cada día.
Año 4	Ricardo tiene un libro de 340 páginas. Ya ha leído 264 páginas de este libro y quiere terminar de leerlo en 4 días, leyendo el mismo número de páginas cada día.
Año 5	Ricardo tiene un libro de 340 páginas. Ya ha leído 264 páginas de este libro y quiere terminar de leerlo en 5 días.

Fuente: Elaboración propia

El problema generador para el 3er año implica una resta usando el orden superior y la división involucra números más grandes. El problema para 4° grado implica una división por 4, yendo más allá de la idea de la mitad. Por último, el problema de 5° grado consiste en una división con residuo o con resultado decimal.

El ítem (b) pretendía mostrar cómo la proposición de problemas se asocia con la resolución de problemas, en estos casos como una posibilidad para profundizar el aprendizaje resultante del problema ya resuelto o para avanzar en nuevos aprendizajes.

Los datos de la investigación fueron constituidos inicialmente por los registros escritos de los estudiantes, los cuales fueron recolectados por el profesor colaborador. Después de analizar las resoluciones de los estudiantes a los problemas propuestos, los investigadores realizaron entrevistas con algunos estudiantes, con el objetivo de una mejor comprensión de los procesos involucrados en sus decisiones y resoluciones. Los datos se presentan con los

estudiantes identificados por el código "estudiante-año escolar"; por ejemplo, 1-5 se refiere al Estudiante 1 del 5º grado.

Esta investigación es del tipo estudio de caso, ya que, cuando se realiza con este grupo de estudiantes y el reporte de los resultados, no se pretende producir generalizaciones, es decir, sugerir que otros estudiantes que desarrollan estas actividades son iguales en los datos emergentes, sino permitir que las evidencias relacionadas con aspectos relevantes sean consideradas en otras investigaciones y en las prácticas educativas en el aula.

Condicionados por estos aspectos metodológicos esbozados para el estudio, se constituyeron los datos, los cuales se presentan y analizan en el siguiente apartado.

### Informes y análisis de datos

La actividad de la Figura 1 fue realizada por dos niños de 1º grado y uno de 2º grado. Los 3 niños pudieron determinar cuántas páginas quedaban para terminar de leer el libro y realizaron una resta. Sin embargo, solo uno de los niños fue capaz de identificar que podía responder cuántas páginas se debían leer por día para terminar de leer el libro y presentó una solución. La resolución se muestra en la Figura 2.

**Figura 2** – Resolución del alumno de 2º curso (Alumna 1-2)

$$\begin{array}{r} 14 = 4 + 10 \\ \hline \begin{array}{r} 4 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ 2 \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow 5 \\ \downarrow 5 \end{array} \quad 5 + 2 = 7$$

Fuente: Colección de investigación

Es importante reafirmar que el funcionamiento de la división aún no se había abordado en las aulas. Sin embargo, este niño fue capaz de responder a la pregunta utilizando estrategias relacionadas con la descomposición de los números, de una manera que tenía sentido para él. Cuando se le preguntó sobre su resolución, la niña explicó: "Sé que 4 es 2 + 2 y 10 es 5 + 5; Así que sé cuál es la mitad de cada uno, y luego pongo las mitades juntas, 5 + 2 es 7". Esto enfatiza la importancia de la resolución de problemas como un "[...] Un proceso activo y constructivo en el que los estudiantes realizan actividades en el aula a la luz de sus creencias y asimilan información dentro de sus estructuras de conocimiento preexistentes. Resulta que cada



estudiante construye un tipo de matemática 'personalizada'" (Allevato; Onuchic, 2019, p. 2, nuestra traducción).

Los otros dos niños no identificaron que la pregunta "cuántas páginas se deben leer por día" podía ser respondida, y también fueron entrevistados. Preguntó el investigador, reduciendo el número que aparecía en el problema: "Y si solo quedaran 10 páginas, ¿sería posible saber cuántas se deben leer por día?". Aun así, los niños fueron incapaces de estructurar una estrategia. El investigador continuó: "Si leyera una página hoy y otra mañana, ¿terminaría el libro?" Los niños respondieron que no, pero no pudieron avanzar y establecer una estrategia para resolver la pregunta y determinar cuántas páginas debían leerse por día. Posiblemente, estos estudiantes aún carecían de experiencia para desarrollar el sentido numérico, lo que permitiría pensar con flexibilidad sobre los números y avanzar en la construcción de estrategias que involucraran la división.

Los 3 estudiantes de 3er grado fueron capaces de determinar cuántas páginas quedaban para terminar de leer mediante la estructuración del algoritmo de resta estándar. Sin embargo, ninguno de los estudiantes respondió a la pregunta: "¿Cuántas páginas deben leer por día?" Se puede observar en los registros de los estudiantes que 2 de ellos marcaron que la pregunta podía ser respondida, pero, al no poder presentar la resolución, borraron lo que habían marcado. Después de analizar estos registros, los investigadores entrevistaron inicialmente a la maestra de la clase a la que pertenecían estos estudiantes de 3er grado:

- |                   |  |
|-------------------|--|
| Investigadora:    | Notamos que los estudiantes marcaron que serían capaces de responder la pregunta, pero la borraron. Conociendo a los alumnos y el contexto del aula, ¿por qué crees que marcaron que podían resolver, pero no lo hicieron?   |
| Maestra de clase: | Creo que en el momento de la lectura tenían dudas. Por eso, cuando hago una evaluación con ellos, hago las preguntas lo más sencillas posible y les digo que la respuesta está en el texto y les pido que lo lean detenidamente. A veces lo hacen con prisa y se ponen nerviosos, y acaban por no responder como deberían. Su problema es la interpretación de la declaración. |
| Investigadora:    | ¿Ya habían aprendido sobre la división cuando resolvieron este problema?   |
| Maestra de clase: | No habían aprendido. Pero les cuesta mucho interpretar los problemas.  |

Este informe del profesor corrobora lo que ya se ha verificado en otros estudios (Lester; Cai, 2016), que los profesores suelen eliminar los retos de una tarea matemática, mostrando a los alumnos cómo resolver el problema o reduciendo el nivel de dificultad para llevarlos a la solución. Esto se deriva de una formación en la que se enseñaba al profesor a "ayudar a sus alumnos" reduciendo el nivel de dificultad de resolución de problemas de los alumnos, que se basa en la concepción tradicional de la enseñanza.

Al respecto, Polya (1985, p. 15, nuestra traducción) advierte que:

Si consideramos el desarrollo de la inteligencia del estudiante como el objetivo principal (o uno de los más importantes) de la educación secundaria y el trabajo del estudiante para resolver problemas como el medio principal (o uno de los más importantes) para ese fin, entonces la principal (o importante) preocupación del profesor debería ser llevar al estudiante a descubrir la solución por sí mismo.

También hay que señalar que, ingenuamente, el profesor atribuye insistentemente la dificultad manifestada por los alumnos a su "dificultad para interpretar" el problema/enunciado, descuidando incluso el hecho específicamente relacionado con las Matemáticas: que los alumnos aún no habían trabajado con la división en clase.

A continuación, los investigadores entrevistaron a los estudiantes. Primero, se les pide a los estudiantes que lean el problema nuevamente y luego el investigador pregunta:

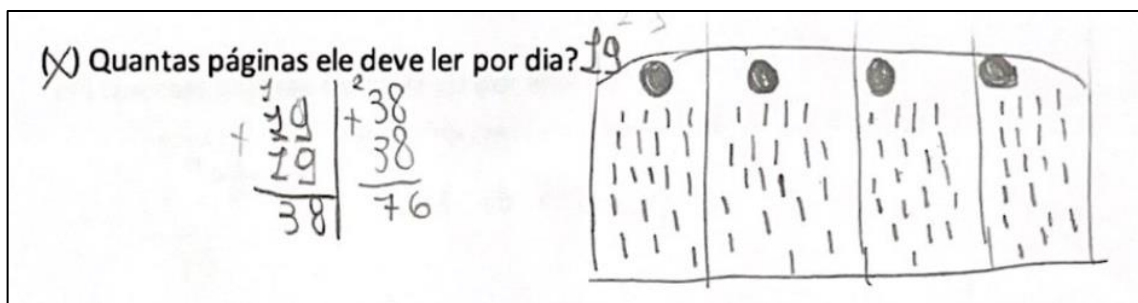
- Investigadora: Vi aquí que usted marcó que podía responder y lo borró. ¿Cuántas páginas puede leer al día? ¿Por qué lo borraste? ¿Te acuerdas?
- Estudiante 1-3: Es solo que no sabía cómo resolverlo. No pude resolverlo y luego lo borré.
- Investigadora: ¿Pero ves que es posible resolverlo con los datos del problema? [El estudiante asiente con la cabeza] ¿Serías capaz de responder si no tuvieras que configurar la cuenta?
- Estudiante 1-3: Creo que para leer en dos días tiene que leer 33 al día.
- Investigadora: ¿Por qué cree eso?
- Estudiante 1-3: Porque la mitad de 60 es 30 y la mitad de 6 es 3. Y  $33 + 33$  son 66.
- Investigadora: ¿Lo sabías, pero no lo respondiste porque aún no sabes cómo configurar la cuenta de la división? [El estudiante asiente con la cabeza]

Otro estudiante (2-3), que también marcó que la pregunta podía ser respondida, no tenía idea de cómo responder la pregunta cuando fue entrevistado. Trató de buscar en sus conocimientos una operación que se ajustara a la demanda, respondiendo que debía hacer  $66 - 2$ .

Estos datos indican que, al estar condicionados a presentar la cuenta estándar (algoritmo) al profesor, los estudiantes se sintieron incapaces de resolver el problema porque desconocían el algoritmo. Este tipo de resultados es documentado consistentemente por varios investigadores cuando verifican, como lo indican Lester y Cai (2016, p. 126, nuestra traducción), que "las creencias de los estudiantes sobre la naturaleza de la resolución de problemas no se restringen a cómo deben resolverse los problemas. Muchos estudiantes también tienen convicciones firmes sobre lo que se espera de ellos cuando sus maestros les dan problemas para resolver".

Destacamos dos propósitos desarrollados entre los tres alumnos de 4º curso. Uno de los estudiantes estructuró el algoritmo de división (Estudiante 3-4), y el otro utilizó su conocimiento de los números y las relaciones entre operaciones para obtener la solución, confirmándola con el registro de contadores, como se muestra en la Figura 3:

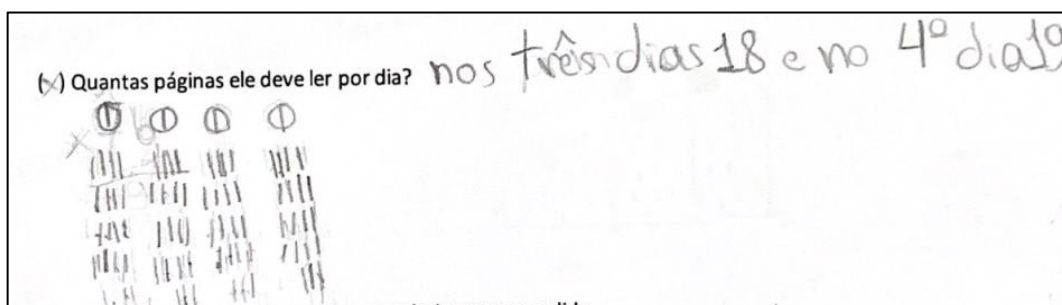
**Figura 3** – Resolución de problemas por parte de los estudiantes 1-4



Fuente: colección de investigación

Otro estudiante usó solo contadores dibujados, como se muestra en la Figura 4:

**Figura 4** – Solución de problemas con el registro mediante contadores, Estudiante 2-4



Fuente: Colección de investigación

Analizando la Figura 4, se puede observar que el estudiante distribuye correctamente 19 fichas en cada columna, pero cuenta erróneamente al momento de presentar la solución. Estos estudiantes de 4º grado tuvieron mayor flexibilidad en la confección de sus registros, lo que posiblemente refleje el tipo de enfoque y mediación del docente en el aula, permitiéndoles resolver problemas utilizando estrategias que consideran coherentes y que tienen significado para ellos.

Es importante que las diferentes estrategias se discutan y compartan en el aula, ya que "a medida que los estudiantes explican y justifican su pensamiento y desafían las explicaciones

de sus compañeros y maestros, también se involucran en la clarificación de su propio pensamiento y se convierten en dueños del conocimiento" (Lester; Cai, 2016, p. 124, nuestra traducción).

Entre los estudiantes de 5° grado, dos no identificaron que sería posible determinar cuántas páginas se leerían por día (estudiantes 4-5 y 5-5). Los otros tres estructuraron el algoritmo de división, obteniendo las siguientes respuestas: "Deben ser 15,2 páginas para terminar el libro" (Estudiante 1-5); "15 páginas al día (Estudiante 2-5)" [este estudiante obtuvo el resto 1 y lo ignoró] y uno de ellos malinterpretó la pregunta para dividir 264 entre 5 (Estudiante 3-5).

El estudiante que respondió 15.2 fue entrevistado:

Investigadora: ¿A qué se refería con 15?2 en su respuesta? ¿Qué significa?  
Estudiante 1-5: Como me sobaron, le pregunté a la maestra si podía poner una coma, así que puse la coma, ¿verdad? Entonces pensé que esta "coma 2" sería media página, por lo que tendría que leer 15 páginas y media todos los días.

También se entrevistó al estudiante que respondió con el resto 1:

Investigadora: ¿Qué significa ese 1 de aquí abajo?  
Estudiante 2-5: Es sobra.  
Investigadora: ¿Podría continuar con la cuenta? ¿Qué crees que significa?  
Estudiante 2-5: Significa 1 página.  
Investigadora: ¿Y qué hacemos con ella?  
Estudiante 2-5: ¿Tengo que poner la coma?  
Investigadora: Si no pongo la coma, ¿qué hago con ese 1?  
Estudiante 2-5: Tendría que leer una parte extra de la página por día. [El estudiante toma el papel y continúa usando la coma y llega a 15.2]  
Investigadora: ¿Qué pasa? Si cogía el libro para leerlo, iba a leer 15 páginas y ¿qué haría con el "punto 2"?  
Estudiante 2-5: Yo miraba las líneas. Tendría que leer 2 líneas... o la mitad de la mitad.

El estudiante no puede expresar su entendimiento al resto, lo que implicaría algún día leer 16 y no 15 páginas. Cuando avanza al resultado 15.2 se da cuenta de que el 0.2 es menos de la mitad de la página, pero no puede expresar su significado. Estas entrevistas revelan el potencial de este problema para avanzar en el aprendizaje de los números racionales en forma decimal, ya que, a pesar de saber operar con la división, no existe una comprensión clara de su significado.

A la hora de discutir los resultados y buscar consensos sobre la mejor solución o la solución correcta, por parte del profesor junto con los alumnos, e incluso en la formalización del contenido, por parte del profesor, estas soluciones permiten al profesor llevar a los alumnos a establecer relaciones entre los números racionales en forma decimal, fracciones y porcentajes.

produciendo sentido para el resultado encontrado y avanzando en el aprendizaje de ideas unificadoras de números racionales. Esto reitera que la Resolución de Problemas es "[...] fructífero en la construcción del conocimiento de las grandes ideas presentes en la Matemática" (Allevato; Onuchic, 2019, p. 4, nuestra traducción), que permiten establecer importantes conexiones matemáticas.

Estos datos también refuerzan la importancia del docente frente a la Resolución de Problemas, la cual, según Lester y Cai (2016), puede tener dos objetivos: (i) resolver el problema; (ii) animar a los estudiantes a razonar y reflexionar sobre su razonamiento, demostrando comprensión de los conceptos matemáticos incorporados en el problema. Cuando el objetivo del profesor se reduce a que los alumnos resuelvan el problema, acepta las soluciones que consisten en secuencias de cálculo sin cuestionarlas. Sin embargo, en la segunda perspectiva, el profesor es más persistente en sondear el pensamiento de los estudiantes y el significado atribuido a los cálculos presentados (Lester; Cai, 2016).

En cuanto a crear una pregunta que pudiera ser respondida, esta fue una demanda que generó extrañeza a los estudiantes, y un niño de 1er grado, dos estudiantes de 3er grado y un estudiante de 4to grado dejaron este ítem en blanco. En el gráfico 2 se presentan las preguntas creadas en respuesta al punto b) del problema.

**Cuadro 2 – Preguntas propuestas por los alumnos**

<p>Se ele ler o livro em dois dias, quantos páginas ele lerá por dia?</p> <p>1º año (transcrito por la profesora) – Estudiante 1-1</p>	<p>QUANTAS PAGINAS ELE LERIA EM 3 DIAS?</p> <p>2º año – Estudiante 1-2</p>
<p>Se Ricardo lesse 28 páginas por dia ele conseguia completar o livro.</p> <p>3º año – Estudiante 1-3</p>	<p>Quantas páginas faltaria se ele tivesse lido 300 páginas?</p> <p>4º año – Estudiante 3-4</p>
<p>Quantas páginas ele teve que ler por dia para chegar a 264 páginas lidas?</p> <p>4º año – Estudiante 2-4</p>	<p>Ricardo quer ler um livro de 593 páginas em 4 dias. Quantas páginas por dia ele deve ler?</p> <p>5º año – Estudiante 1-5</p>
<p>Ele já leu metade do livro, quantas páginas faltam para ele terminar de ler o livro?</p> <p>5º año – Estudiante 2-5</p>	<p>Se ele quiser ler o livro em 3 dias quantas páginas ele tem que ler por dia?</p> <p>5º año – Estudiante 3-5</p>

<p>5° año – Estudiante 4-5</p>	<p>5° año – Estudiante 5-5</p>
--------------------------------	--------------------------------

Fuente: colección de investigación

La pregunta planteada por el niño de 1° de primaria "Si lee el libro en solo dos días, cuántas páginas leerá al día" es una modificación interesante del problema original e implica la división de las 28 páginas en 2 días. La pregunta muestra que el estudiante, a pesar de no ser capaz de presentar una estrategia para realizar la división, fue capaz de percibir que es un tema que podría ser abordado por el problema. Es decir, la pregunta se convirtió en un problema para el propio estudiante proponente, pues ya no sabía cómo responder al problema original, que consistía en dividir 14 páginas en 2 días.

Esto revela el potencial de la propuesta de problemas para avanzar y profundizar el aprendizaje y la comprensión que produce la resolución de problemas, ya que

[...] Ambos experimentos con la resolución de problemas ayudan a los estudiantes a comprender la estructura de un problema para crear sus propios problemas, y la propuesta de problemas mejora los procesos de lectura, interpretación y resolución de problemas, ya que los estudiantes necesitan analizar la estructura y el propósito del problema en su proceso de creación (Possamai; Allevato; Strelow, 2023, p. 151, nuestra traducción).

Además, cabe destacar la importancia de plantear problemas para que los alumnos se impliquen en la interpretación personal del problema, expresando su propio pensamiento matemático y estimulando también el pensamiento crítico y creativo (Cai, 2022; Possamai; Allevato, 2024; Vieira; Possamai; Allevato, 2023).

El estudiante de 2° grado preguntó "¿Cuántas páginas leería si fuera en 3 días?", pregunta que también fue presentada por un estudiante de 5° grado. Este también es un problema interesante, ya que implica una división con el resto, lo que permite avanzar en nuevos aprendizajes. Cabe destacar que el repertorio de conocimientos y contenidos matemáticos del alumno de 5° curso es supuestamente mayor que el del 2° curso y, aun así, ambos alumnos generaron problemas similares. Esto reitera la idea de que:

Aunque las actividades de resolución de problemas son tareas cognitivamente exigentes, son adaptables a las habilidades de los estudiantes y, por lo tanto, pueden aumentar el acceso de los estudiantes de tal manera que los estudiantes con diferentes niveles de comprensión aún pueden participar y proponer



problemas potencialmente productivos basados en su propia producción sensorial (Cai, 2022, p. 32, nuestra traducción).

Las preguntas propuestas implicaban cambiar el número de páginas, días o páginas leídas por día, sin dejar de estar asociadas al problema original. Solo un alumno, de 5º grado, planteó un nuevo problema: "Ricardo quiere leer un libro de 595 páginas en 4 días. ¿Cuántas páginas al día debe leer?" como una extensión del problema original.

El docente puede utilizar diferentes estrategias para promover la discusión de estos problemas propuestos en el aula, tales como: pedir a los niños que intercambien preguntas entre ellos; o el maestro compila todas las preguntas en una lista, pidiendo a los niños que elijan las dos que les parezcan más interesantes de resolver; o los estudiantes eligen uno que les resulta fácil y otro difícil de resolver; entre otras posibilidades. Lo importante es reconocer el potencial de estos temas para evaluar, profundizar o ampliar las lecciones aprendidas del problema inicialmente resuelto (Cai, 2022; Possamai; Allevato, 2023).

Finalmente, se concluye que esta actividad aborda una situación rica y verdaderamente desafiante para los estudiantes, permitiéndoles analizar qué preguntas tienen sentido, y generar y explorar ideas matemáticas, y también producir sus propias preguntas, es decir, proponer problemas. También es evidente que el enfoque del profesor es fundamental para mejorar los resultados (Lester; Cai, 2016), específicamente en cómo promueve la discusión y cómo habilita y anima a los estudiantes a buscar diferentes estrategias para resolver el problema original y los nuevos problemas constituidos a partir de las preguntas propuestas.

### Consideraciones finales

Este estudio tuvo como objetivo analizar cómo la asociación de la solución a la propuesta de problema puede promover el aprendizaje y comprender mejor el pensamiento matemático de los estudiantes, a partir de un estudio de caso. Los datos ponen de manifiesto la importancia de realizar investigaciones de este tipo para avanzar en la comprensión y comprensión de las resoluciones matemáticas de los estudiantes, destacando cuestiones importantes para tener en cuenta en el trabajo en el aula.

Los resultados ponen de manifiesto el importante papel del profesor en el fomento de la discusión y la realización de intervenciones que permitan a los estudiantes expresar su comprensión de las matemáticas implicadas en el problema, valorando sus diferentes formas de resolución y razonamiento matemático. Cuando el aula se restringe al análisis de respuestas y

cálculos, sin explorar los significados inherentes y resultantes, se ha reducido el potencial para establecer conexiones y avanzar en el aprendizaje matemático.

Los datos también revelan que atribuir la falta de solución de un problema por parte de los estudiantes a las dificultades en la interpretación del problema, un discurso recurrente en el discurso de los profesores es una conclusión ingenua de lo que, de hecho, está sucediendo o puede suceder a los estudiantes. Como se ha comprobado, es posible que los estudiantes tampoco presenten la solución porque consideran que la forma en que pueden resolver el problema difiere de lo que creen que el profesor espera como registro, en particular, que se limita al uso de algoritmos. Además, es posible que no hayan desarrollado las comprensiones conceptuales mínimas de los aspectos centrales de las matemáticas involucradas en el problema.

Esto refuerza la idea de que no es el formato o la sofisticación del problema lo que garantiza buenos resultados en relación con el aprendizaje de los estudiantes, sino el tiempo y el discurso que se permite (o no) que suceda en el aula, incentivando y posibilitando que los estudiantes compartan qué y cómo piensan y construyen significado en Matemáticas.

Este estudio demuestra el potencial de la proposición de problemas, incluso cuando se incorpora como un requisito aparentemente simple, como pedir que se plantee una pregunta adicional al problema. Cabe destacar que, a pesar del atractivo de las investigaciones y los documentos curriculares para integrar la propuesta de problemas en la matemática escolar, se ha avanzado poco en cuanto a su presencia en los libros de texto, mucho menos en el currículo implementado en el aula.

Los resultados de este estudio revelan la proposición de problemas como una forma de profundizar o avanzar en el aprendizaje resultante de la resolución de problemas, permitiendo a los estudiantes crear problemas de diferentes niveles de complejidad, dándoles la posibilidad de involucrarse en la actividad, incluso teniendo diferencias en el dominio del conocimiento matemático. Estos datos indican la necesidad y posibilidad de que los docentes desempeñen un papel protagónico en la implementación del currículo y que la propuesta de problemas se incorpore efectivamente a la matemática escolar, a partir de simples modificaciones de los materiales disponibles, como los libros de texto, y de la práctica docente.

## REFERENCIAS

- ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209-232, jun. 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/26>. Acesso em: 30 mayo 2023.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. As conexões trabalhadas através da Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 2, p. 1–14, 2019. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2334>. Acesso em: 17 jun. 2023.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2. ed. Jundiaí, SP: Paco, 2021. *E-book*.
- ALLEVATO, N. S. G.; POSSAMAI, J. P. Proposição de Problemas: possibilidades e relações com o trabalho através da Resolução de Problemas. **Com a Palavra, O Professor**, [S. l.], n. 7, v. 18, p. 153-172, 2022. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/PPP/article/view/817>. Acesso em: 12 agosto 2023.
- AMADO, J.; FREIRE, I. Estudo de caso na investigação em Educação. In: AMADO, J. **Manual de investigação qualitativa em educação**. 2. ed. Coimbra, Portugal: Universidade de Coimbra, 2014.
- BAILEY, J. Aprendendo a ensinar matemática por meio da resolução de problemas. **Educ Stud**, [S. l.], n. 57, p. 407-423, 2022. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/34878/pdf/103216>. Acesso em: 10 agosto 2023.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf). Acesso em: 30 Mayo 2021.
- CAI, J.; RAN, R. HWANG, S.; MA, Y.; HAN, J.; MUIRHEAD, F. Impact of prompts on students' mathematical problem posing. **Journal of Mathematical Behavior**, [S. l.], n. 72, p. 1-15, 2023. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0732312323000573?via%3Dihub>. Acesso em: 10 agosto 2023.
- CAI, J. What Research Says About Teaching Mathematics Through Problem Posing. **Éducation et didactique**, [S. l.], v. 16, n. 3, p. 31-50, 2022. Disponível em: <https://journals.openedition.org/educationdidactique/10642>. Acesso em: 10 agosto 2023.
- CAI, J.; HWANG, S. Teachers as redesigners of curriculum to teach mathematics through problem posing: conceptualization and initial findings of a problem-posing project. **ZDM – Mathematics Education**, [S. l.], v. 53, p. 1403–1416, 2021. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-021-01252-3>. Acesso em: 10 agosto 2023.

CAI, J.; LEIKIN, R. Affect in Mathematical Problem Posing: Conceptualization, Advances, And Future Directions for Research. **Educational Studies in Mathematics**, [S. l.], v. 105, p. 287-301, 2020. Disponible: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-020-10008-x>. Acceso en: 10 agosto 2023.

GETZELS, J. W., Problem finding: A theoretical note. **Cognitive Science**, [S. l.], v. 3, p. 167-172, 1979. Disponible en: [https://psycnet.apa.org/doi/10.1207/s15516709cog0302\\_4](https://psycnet.apa.org/doi/10.1207/s15516709cog0302_4). Acceso en: 15 agosto 2023.

ITACARAMBI, R. **Resolução de problemas**: construção de uma metodologia. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

LESTER, F.; CAI, J. Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. *In*: FELMER, P.; PEHKONEN, E; KILPATRICK, J. **Posing and Solving Mathematical Problems**: Advances and New Perspectives. New York: Springer, 2016.

LILJEDAH; P.; CAI, J. Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. **ZDM – Mathematics Education**, [S. l.], v. 53, p. 723–735, 2021. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-021-01291-w>. Acceso en: 15 jun. 2023.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Catalyzing change in early childhood and elementary mathematics**: initiating critical conversations. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2020. 260 p.

POLYA, G. O ensino por meio de problemas. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 7, p. 11-16, 1985. Disponible en: <https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/21/39/a-importancia-da-metodologia-de-resolucao-de-problemas-nas-aulas-de-matematica-e-o-que-presumem-professores-da-rede-municipal-de-alhandrapb-sobre-o-tema>. Acceso en: 12 agosto 2023.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Problem Posing: images as a trigger element of the activity. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, [S. l.], v. 13, n. 1, p. 1-15, 9 mar. 2023. Disponible en: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/ripem/article/view/3274>. Acceso en: 10 agosto 2023.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Teaching mathematics through problem posing: Elements of the task. **The Journal of Mathematical Behavior**, [S. l.], v. 73, p. 1-12, 2024. Disponible en: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0732312324000105?via%3Dihub>. Acceso en: 12 agosto 2023.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G.; STRELOW, S. B. Proposição de problemas nos Anos Iniciais: reflexões sobre elementos disparadores e prompt. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 12, n. 27, p. 139–157, 2023. Disponible en: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/7279>. Acceso en: 12 jun. 2023.

VIEIRA, G.; POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Proposição de problemas e pensamento criativo na aula de matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 31, n. 00, e023021, 2023. Disponible en: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8671869>. Acceso en: 10 jun. 2023.

---

**Reconocimientos:** Gracias a la profesora Graciela Cristina Sevegnani Girardi quien ayudó en la recolección de datos para la investigación.

**Financiación:** Reconocimiento a la Fundación de Apoyo a la Investigación e Innovación del Estado de Santa Catarina – FAPESC (2022TR000169) por financiar la investigación vinculada al estudio y al Consejo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico – CNPq por financiar la investigación "Proposición y Resolución de Problemas: potencialidades y perfeccionamiento de la calidad de la enseñanza de la Matemática en la educación básica a través de la formación de profesores en escuelas públicas".

**Conflictos de intereses:** No hay conflictos de intereses.

**Aprobación ética:** La investigación siguió los principios éticos.

**Disponibilidad de datos y material:** Los datos están disponibles a petición de los investigadores.

**Contribuciones de los autores:** La Dra. Norma Suely Gomes Allevato contribuyó a la preparación de la recolección de datos, el análisis e interpretación de los datos y la redacción de textos; la Dra. Janaina Poffo Possamai contribuyó a la preparación de la recolección de datos, la recolección de datos, el análisis y la interpretación de los datos y la redacción de textos; la Dra. Jinfa Cai contribuyó al análisis de los datos y la redacción del texto a partir de su construcción teórica relevante y su contribución al tema de investigación Resolución de Problemas y Proposiciones; El Dr. Maurício Lopes Capobianco contribuyó al análisis de los datos con una mirada específica sobre la construcción del docente, con reflexión sobre el conocimiento en el campo conceptual práctico vinculado a la formación docente.

---

**Procesamiento y edición: Editora Iberoamericana de Educación - EIAE.**  
Corrección, formateo, normalización y traducción.

