

**DESENHO DE TAREFAS MATEMÁTICAS FENOMENOLÓGICAS COM  
INTEGRAÇÃO DE TECNOLOGIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES  
DE MATEMÁTICA**

***DISEÑO DE TAREAS MATEMÁTICAS FENOMENOLÓGICAS CON INTEGRACIÓN  
DE LA TECNOLOGÍA EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES DE  
MATEMÁTICA***

***DESIGN OF PHENOMENOLOGICAL MATHEMATICAL TASKS WITH  
INTEGRATION OF TECHNOLOGY IN THE INITIAL TRAINING OF MATHEMATICS  
TEACHERS***



Luis Fabián GUTIÉRREZ-FALLAS<sup>1</sup>  
e-mail: luisfabian.gutierrez@ucr.ac.cr

**Como referenciar este artigo:**

GUTIÉRREZ-FALLAS, L. F. Desenho de tarefas matemáticas fenomenológicas com integração de tecnologia na formação inicial de professores de matemática. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 19, n. esp. 2, e024074, 2024. e-ISSN: 1982-5587. DOI: <https://doi.org/10.21723/riace.v19iesp.2.18999>



| **Submetido em:** 02/02/2024  
| **Revisões requeridas em:** 18/03/2024  
| **Aprovado em:** 13/04/2024  
| **Publicado em:** 20/07/2024

**Editor:** Prof. Dr. José Luís Bizelli

**Editor Adjunto Executivo:** Prof. Dr. José Anderson Santos Cruz

<sup>1</sup> Universidade da Costa Rica (UCR), San José – Costa Rica. Professor e Pesquisador do Departamento de Educação Matemática da Escola de Matemática da UCR.

**RESUMO:** A fenomenologia didática está presente nos currículos escolares que promovem uma abordagem funcional da Matemática, onde se procura a resolução de tarefas contextualizadas em fenómenos reais que tornem evidente a aplicação da Matemática para compreender, interpretar e resolver problemas. O design destas tarefas é uma atividade do professor de Matemática, pelo que é relevante que os programas de formação inicial de professores de Matemática ofereçam oportunidades para elaborar tarefas que respondam a estas exigências. Este texto tem como objetivo analisar a operacionalização dos princípios que norteiam o desenho de tarefas matemáticas fenomenológicas com integração de tecnologia, com base no modelo do Ciclo Fenomenológico Escolar (CFE) no contexto da formação inicial de professores de Matemática. Os resultados aqui apresentados fazem parte de um estudo desenvolvido durante três anos seguindo uma metodologia qualitativa. Neste caso, é apresentada a análise de duas tarefas matemáticas, cujos resultados mostram as diferentes considerações matemáticas e didático-matemáticas no design de tarefas para o ensino de função linear

**PALAVRAS-CHAVE:** Formação inicial de professores de Matemática. Tarefas matemáticas. Integração da tecnologia. Fenomenologia didática.

**RESUMEN:** *La fenomenología didáctica está presente en los currículos escolares que promueven un enfoque funcional de las Matemáticas, en donde se busca la resolución de tareas contextualizadas en fenómenos reales que hagan evidente la aplicación de la Matemática para comprender, interpretar y resolver problemas. El diseño de estas tareas es una actividad del profesor de Matemática, por lo que resulta relevante que los programas de formación inicial de profesores de Matemática ofrezcan oportunidades para diseñar tareas que respondan a estas demandas. Este texto tiene el objetivo de analizar la operacionalización de los principios que orientan el diseño de tareas matemáticas fenomenológicas con integración de la tecnología, basado en el modelo del Ciclo Fenomenológico Escolar (CFE) en el contexto de formación inicial de profesores de Matemática. Los resultados aquí presentados forman parte de un estudio que se desarrolló por tres años siguiendo una metodología cualitativa, en este caso, se presenta el análisis de dos tareas matemáticas cuyos resultados evidencian las distintas consideraciones matemáticas y didáctico-matemáticas en el diseño de tareas para la enseñanza de la función lineal.*

**PALABRAS CLAVE:** *Formación inicial de profesores de Matemática. Tareas matemáticas. Integración de la tecnología. Fenomenología didáctica.*

**ABSTRACT:** *Didactic phenomenology is present in school curricula that promote a functional approach to Mathematics, where the resolution of tasks contextualized in real phenomena is sought that make evident the application of Mathematics to understand, interpret and solve problems. The design of these tasks is an activity of the Mathematics teacher, so it is relevant that initial training programs for Mathematics teachers offer opportunities to design tasks that respond to these demands. This text aims to analyze the operationalization of the principles that guide the design of phenomenological mathematical tasks with integration of technology, based on the model of the School Phenomenological Cycle (SPC) in the context of initial training of Mathematics teachers. The results presented here are part of a study that was developed for three years following a qualitative methodology. In this case, the analysis of two mathematical tasks is presented, the results of which show the different mathematical and didactic-mathematical considerations in the design of tasks for the linear function teaching.*

**KEYWORDS:** *Initial teacher training. Mathematical tasks. Technology integration. Didactic phenomenology.*

## Introdução

Um problema permanente na Educação Matemática é como desenhar programas de formação inicial de professores que influenciam a natureza e a qualidade da prática docente, pois, segundo Hiebert *et al.* (2003), o ensino é uma prática cultural. Segundo esses autores, os professores aprendem a ensinar, em parte, crescendo em uma cultura na qual são aprendizes passivos por 12 anos ou mais enquanto são alunos na escola e, conseqüentemente, "diante dos desafios reais da sala de aula, muitas vezes abandonam novas práticas e retornam aos métodos de ensino utilizados por seus professores" (Hiebert *et al.*, 2003, p. 201, tradução nossa).

Ser concebida como uma prática cultural implica também responder às exigências dessa cultura, pelo que os programas de formação inicial de professores devem garantir que correspondam às exigências do século XXI em termos do desenvolvimento de um saber profissional complexo e integrador, mas também flexível e dinâmico, que caracteriza um professor de matemática competente e eficiente. Para Serrazina (2012), "que formação deve ter um professor para enfrentar todos os desafios que lhe são apresentados? é uma questão que tem recebido a atenção de muitos formadores e pesquisadores, e para a qual não há uma resposta única" (p. 267, tradução nossa).

Em particular, a Educação Matemática tem sido significativamente transformada por meio do uso de tecnologias digitais com capacidades computacionais, gráficas e simbólicas avançadas (Niess, 2012). Nesse contexto, documentos curriculares internacionais argumentam que a tecnologia desempenha um papel crítico no ensino, criando ambientes de aprendizagem que "integram o uso de ferramentas matemáticas e tecnológicas como recursos essenciais para ajudar os alunos a aprenderem e dar sentido às ideias matemáticas, raciocinar matematicamente e comunicar seu pensamento matemático" (NCTM, 2014, p. 78, tradução nossa). Assim, a existência, versatilidade e poder da tecnologia levam a uma reestruturação do que e como os alunos devem aprender Matemática, levando em conta suas preferências e novas formas de aprender.

A aprendizagem dos alunos é condicionada pelas tarefas matemáticas propostas pelo professor (Penalva; Llinares, 2011), assim, dentro desse contexto, as tarefas matemáticas, por um lado, devem demonstrar a aplicabilidade da Matemática para a resolução de tarefas contextualizadas em fenômenos que cercam o aluno e, por outro, devem promover o uso de ferramentas tecnológicas eficientes.

Este texto é parte de um estudo que foi desenvolvido durante três anos seguindo uma metodologia qualitativa, no contexto da formação inicial de professores de Matemática. A

abordagem do problema está na concepção de tarefas para promover o ensino do tema de Funções no ensino médio, tarefas que contemplem a aplicação do conhecimento matemático em contextos fenomenológicos e a integração de tecnologia para a exploração da tarefa. Segundo Simon (2008), a formação de professores de Matemática é um espaço caracterizado por sua natureza complexa, no entanto, isso também implica uma relevância significativa em si mesma em termos da compreensão dos elementos presentes na formação dos futuros professores de Matemática.

A formação de professores de Matemática é mais difícil e complexa do que a Educação Matemática, pois engloba esta última. Da mesma forma, a pesquisa na formação de professores de Matemática é mais difícil e complexa do que a pesquisa em Educação Matemática (Simon, 2008, p. 27, tradução nossa).

O objetivo deste texto é analisar a operacionalização dos princípios que orientam a concepção de tarefas matemáticas fenomenológicas com a integração de tecnologias, com base no modelo do ciclo fenomenológico escolar no contexto da formação inicial de professores de Matemática. Neste caso, apresenta-se a análise de duas tarefas matemáticas, cujos resultados mostram as diferentes considerações matemáticas e didático-matemáticas no desenho de tarefas para o ensino da função linear.

### **Formação inicial de professores de Matemática**

Nas últimas duas décadas, pesquisas e orientações internacionais têm exigido maior ênfase na Educação Matemática, promovendo, entre outras coisas, o raciocínio matemático, a resolução de problemas e o uso da tecnologia (NCTM, 2014). Esse contexto exige mudanças para muitos professores, relacionadas às suas crenças, atitudes e conhecimentos profissionais (Swars *et al.*, 2009). Portanto:

Essas mudanças devem começar durante os programas de formação de professores nos contextos dos cursos de conteúdo matemático, metodologias de ensino e experiências de campo nas escolas. Consequentemente, mudanças de crenças, atitudes e conhecimentos nesses contextos devem ser identificadas, plenamente compreendidas, adequadamente enfatizadas e rotineiramente medidas ao longo dos cursos como resultados importantes dos programas de formação de professores (Swars *et al.*, 2009, p. 48, tradução nossa).

É a partir da formação inicial dos professores de Matemática que o caminho deve ser traçado para que essas mudanças aconteçam. Reconhecida como um processo de aprender a ensinar (Llinares, 1998), a formação inicial de professores é um processo influenciado por

diversos fatores, dentre os quais se destacam quatro principais: (i) o *conhecimento profissional* que os futuros professores desenvolvem em seu programa de formação; (ii) os *processos de reflexão* sobre sua futura prática profissional e as diferentes tarefas que desempenha; (iii) as *concepções e crenças* que os futuros professores têm sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática e (iv) o *contexto* de sua futura prática profissional (Llinares, 1998; Obter; Chapman, 2008; Swars *et al.*, 2009).

Na Educação Matemática, é bem discutido e argumentado que o saber *profissional* do professor é um saber prático, complexo, integrador, crítico e profissionalizado (Gómez; Rico, 2004; Ponte, 2012; Obter; Chapman, 2008). Quanto à sua natureza, o saber profissional do professor de Matemática é um *saber teórico-prático*, que se desenvolve a partir da exploração e mobilização teórica para a experiência na prática, ou seja, o professor tem a necessidade de analisar o conhecimento teórico diante da singularidade das situações que ocorrem em sua prática profissional, destacando que essa análise implica um *processo de reflexão* por parte do professor sobre sua ação, permitindo-lhe, assim, construir conhecimentos sobre a prática. A esse respeito, Ponte (2012) considera que

O conhecimento profissional do professor de Matemática inclui vários aspectos, dos quais nos interessa especialmente a prática docente, aquela em que a especificidade da disciplina de Matemática é mais fortemente sentida, e que chamamos de conhecimento didático (Ponte, 2012, p. 86-87, tradução nossa).

Para Gómez e Rico (2004), o conhecimento didático "é o conhecimento necessário para organizar as atividades de ensino e aprendizagem" (p. 4). Esses autores identificam três domínios que integram o conhecimento didático: (i) conhecimento sobre o currículo como ferramenta global de planejamento e estruturação; (ii) conhecimento sobre os fundamentos da matemática escolar (matemática, aprendizagem, ensino e avaliação); e (iii) conhecimento sobre Educação Matemática, ou seja, conhecimento sobre ferramentas conceituais e metodológicas para o planejamento de aulas. Da mesma forma, Ponte (2012) define o conhecimento didático da Matemática com base em quatro domínios principais: (i) conhecimento da Matemática, (ii) conhecimento do currículo, (iii) conhecimento do aluno e seus processos de aprendizagem, e (iv) conhecimento dos processos de trabalho em sala de aula (conhecimento da prática docente). A posição desses autores coincide com a conceituação feita por Azcárate (2004) ao caracterizar o saber profissional do professor como complexo e integrador.

Com relação ao *contexto* da futura prática profissional docente, por um lado, deve-se considerar que "na formação docente não basta pensar no que deve ser ensinado, é preciso

também pensar como ensinar" (Serrazina, 2012, p. 267-268, tradução nossa). Desta forma, a formação inicial deve "proporcionar aos futuros professores oportunidades que lhes permitam compreender, apreciar e acolher a complexidade da sua prática como base para a formação contínua" (Ponte; Chapman, 2008, p. 256, tradução nossa).

Por outro lado, esse contexto apresenta novas demandas relacionadas ao avanço da tecnologia no século XXI e, de acordo com as diretrizes curriculares, a Educação Matemática deve priorizar a promoção do ensino e aprendizagem da Matemática com tecnologia (AMTE, 2017; NCTM, 2014). Assim, novas questões foram acrescentadas em relação ao conhecimento profissional do professor de Matemática, por exemplo: Como o professor desenvolve seus conhecimentos tecnológicos? Como o professor articula o conhecimento tecnológico com o conhecimento matemático e o conhecimento didático-matemático? (Koehler *et al.*, 2014).

Nesse cenário, quando a tecnologia se integra, novos domínios de conhecimento profissional emergem como resultado da articulação do conhecimento didático-matemático com o conhecimento tecnológico, dando origem a modelos como o TPACK<sup>2</sup> (Gutierrez-Fallas; Henriques, 2021; Koehler *et al.*, 2014). O modelo TPACK é uma estrutura dinâmica e flexível adequada para definir e caracterizar o tipo de conhecimento que um professor precisa desenvolver para integrar efetivamente a tecnologia no ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo Mishra e Koehler (2006), o TPACK é definido como um conhecimento integrador que resulta da articulação simultânea de conteúdo, pedagogia e tecnologia, no qual o professor deve evidenciar.

Para tanto, faz-se necessário que programas de formação orientem os futuros professores na aprendizagem de novas tecnologias e sua utilização eficiente nas propostas de ensino de conteúdos matemáticos. Essa aprendizagem formativa é um processo de aquisição de conhecimentos tecnológicos e sua articulação com os saberes didáticos, considerando como essas tecnologias podem afetar as estratégias de ensino, o próprio currículo escolar e a forma como os alunos exploram e aprendem conteúdos matemáticos (Niess, 2012)

### **Tarefas matemáticas com integração de tecnologia**

As tarefas matemáticas são as propostas de ação que os professores propõem aos seus alunos para promover a aprendizagem de conteúdos matemáticos, ou seja, uma tarefa matemática condiciona o que os alunos farão com aquela tarefa e delimita o que eles podem

---

<sup>2</sup> *Conhecimento Pedagógico Tecnológico do Conteúdo*

aprender (Penalva; Llinares, 2011). A finalidade de uma tarefa matemática escolar é a sua resolução, neste sentido a atividade é definida como "o conjunto formado pela tarefa e pelo sistema de atividades cognitivas individuais e/ou sociais desenvolvidas pelo solver" (Penalva; Llinares, 2011, p. 28, tradução nossa).

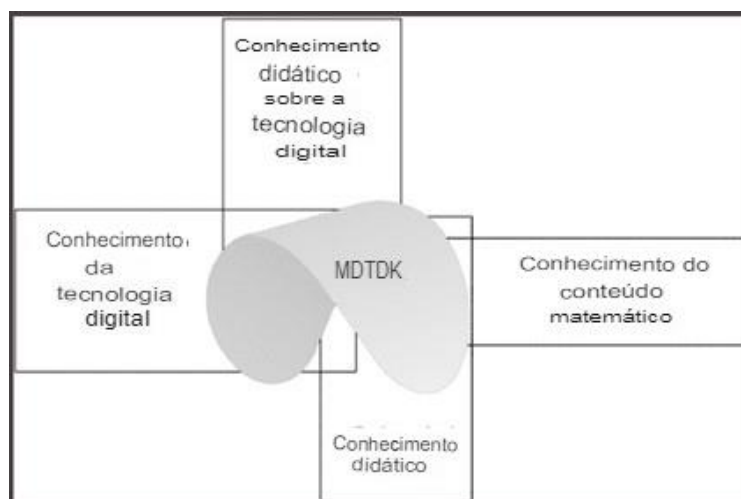
A tarefa matemática permite estabelecer um elo entre o ensino e a aprendizagem. Esse vínculo é orientado a partir da docência quando o professor define as finalidades e objetivos a serem alcançados, levando em consideração o currículo ao qual responde, o contexto e a população estudantil a que se dirige, o tipo de tarefa e o nível cognitivo da mesma (Ponte, 2005). Em termos de aprendizagem, a tarefa matemática deve "permitir que os alunos pensem em situações matemáticas, em vez de se lembrarem de receitas que devem seguir" (Penalva; Llinares, 2011, p. 30, tradução nossa).

Segundo Ponte (2005), as tarefas são a base da atividade matemática que um aluno pode desenvolver durante sua resolução; o autor define quatro tipos de tarefas de acordo com seu grau de desafio e seu grau de estrutura: exercícios, problemas, investigações e explorações. Tarefas de desafio reduzido (baixa demanda cognitiva) são exercícios e explorações, enquanto o *exercício* é uma tarefa rotineira, que é resolvida com uma estratégia processual imediata e que se alcança uma única resposta correta, a *exploração* é uma tarefa aberta, onde há uma certa indeterminação do que é dado ou do que é solicitado no enunciado. e a resolução de uma varredura admite várias respostas válidas. Para Ponte (2005), a resolução de um *problema* implica a adaptação de alguma estratégia ou a aplicação de um conjunto de procedimentos para se chegar a uma resposta válida, pois promove a conexão de conceitos matemáticos dentro de um contexto real ou fictício associado a um fenômeno da vida cotidiana ou social; A *pesquisa* é uma tarefa aberta que pode ser construída em conjunto com os alunos, atribuindo-lhes maior grau de responsabilidade na formulação de estratégias para a realização da pesquisa.

No entanto, em um contexto em que as ferramentas tecnológicas estão integradas na concepção e resolução de tarefas matemáticas, é necessário considerar alguns elementos. Leung (2017) discute a integração da tecnologia em tarefas utilizadas na sala de aula de Matemática e define *Design de Tarefas Tecnopedagógicas* como o desenho de tarefas para "processos pedagógicos nos quais os alunos recebem habilidades expandidas para explorar, reconstruir (ou reinventar)) e explicar conceitos matemáticos usando ferramentas embutidas em um ambiente rico em tecnologia" (Leung, 2017, p. 327, tradução nossa). Este autor adapta o modelo TPACK (Mishra; Koehler, 2006) e descreve um tipo de conhecimento denominado *Mathematics Digital Task Design Knowledge* (MDTDK) que surge da intersecção de quatro conhecimentos: (i)

conhecimento de conteúdos matemáticos; (ii) conhecimento da ferramenta tecnológica; (iii) conhecimentos didáticos de Matemática; e (iv) conhecimento didático da ferramenta tecnológica (Figura 1).

**Figura 1** – *Conhecimento para o Projeto de Tarefas Matemáticas Digitais*



Fonte: (Leung, 2017, p. 7)

O autor acrescenta ainda que o "MDTDK é flexível no sentido de que não deve ser uma estrutura de conhecimento rígida e é suscetível a mudanças à medida que as interações entre os quatro domínios do conhecimento evoluem" (Leung, 2017, p. 6, tradução nossa). Por exemplo, no estudo de Gutiérrez-Fallas e Henriques (2018) esse referencial foi operacionalizado com futuros professores de matemática, os resultados mostraram que os futuros professores mobilizam o *conhecimento didático da ferramenta tecnológica* na concepção das tarefas, concebendo a tecnologia a partir de uma perspectiva didática, principalmente como um recurso motivador, dinâmico e inovador; Os futuros professores reconhecem não apenas as potencialidades do recurso tecnológico, mas também o modo como essas potencialidades associadas a uma intenção didática contribuem para a exploração dos conteúdos matemáticos e o desenvolvimento da aprendizagem do aluno na resolução da tarefa. Evidenciou-se, também, a articulação do *conhecimento da ferramenta tecnológica* com o *conhecimento didático da Matemática*, na medida em que os futuros professores identificaram as opções oferecidas pela ferramenta tecnológica e orientaram seu uso para o desenvolvimento do raciocínio matemático, do trabalho independente e colaborativo entre os pares.



## Fenomenologia didática

Hans Freudenthal (1983) argumentou que a matemática é um instrumento cognitivo e de conhecimento público para organizar, estruturar e matematizar partes da realidade. Para esse autor, é por meio dessa organização, estruturação e matematização que cada indivíduo se apropria pessoalmente da matemática; por isso, ele defende que é a partir do ensino que se devem buscar esses fenômenos no ambiente dos alunos que estão associados à matemática que estão aprendendo.

Freudenthal (1983) distingue quatro tipos de fenomenologia: (i) *fenomenologia pura*, que são os fenômenos que se organizam em matemática tomada em seu estado atual e considerando seu uso atual; (ii) *fenomenologia didática*, envolvendo os fenômenos presentes no mundo dos alunos e aqueles propostos nas sequências de ensino e aprendizagem; (iii) *fenomenologia genética*, fenômenos são considerados com relação ao desenvolvimento cognitivo dos aprendizes, e (iv) *fenomenologia histórica*, atenção especial é dada aos fenômenos para os quais o conceito em questão foi criado e como ele se espalhou para outros fenômenos.

Essas ideias foram a base de vários estudos (Gómez; Cañadas, 2011; Gutiérrez-Fallas, 2023) permitindo que as contribuições da fenomenologia didática sejam cada vez mais consideradas nos currículos escolares. Por exemplo, o currículo escolar em Matemática pode ser visualizado a partir de quatro abordagens (Rico; Lupiañez, 2008): abordagem instrumental ou tecnológica, abordagem estrutural ou técnica, abordagem funcional e abordagem integrada. Neste texto vou me referir à abordagem funcional, como a abordagem curricular que se ajusta às considerações da fenomenologia didática, uma vez que a abordagem funcional promove o ensino contextualizado em situações reais e a resolução de tarefas do tipo problema constitui um elemento principal nessa abordagem.

Testes padronizados internacionalmente, como o PISA (OECD, 2010), incentivam o uso dessa abordagem para o ensino de Matemática, onde o aluno é capaz de usar conhecimentos matemáticos para resolver problemas em diferentes situações. Especificamente, argumenta-se que o seguinte deve ser desenvolvido no aluno:

uma capacidade de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Inclui raciocinar matematicamente e usar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas para descrever, explicar e prever fenômenos. Ela ajuda os indivíduos a reconhecerem o papel da matemática no mundo e a fazer julgamentos e decisões bem fundamentadas necessárias para cidadãos construtivos, engajados e reflexivos (OCDE, 2006, p. 4, tradução nossa).

Para responder a essas orientações, Gómez e Cañadas (2011) propõem um processo a ser desenvolvido na formação inicial de professores de Matemática denominado Análise Fenomenológica, que consiste na descrição dos fenômenos que organizam a matemática escolar e estão relacionados ao conceito ou estrutura matemática correspondente. Essa análise "começa por delimitar as situações em que são utilizados os conceitos matemáticos envolvidos, aqueles em que eles mostram sua funcionalidade" (Lupiañez, 2009, p. 48, tradução nossa).

Cañadas e Gómez (2013, p. 34) apresentam uma série de questões às quais a Análise Fenomenológica deve responder, entre elas estão: Que fenômenos dão sentido a esse conteúdo matemático? Para que serve esse conteúdo matemático? Que problemas responde? Que características compartilham os fenômenos que dão sentido a esse conteúdo?

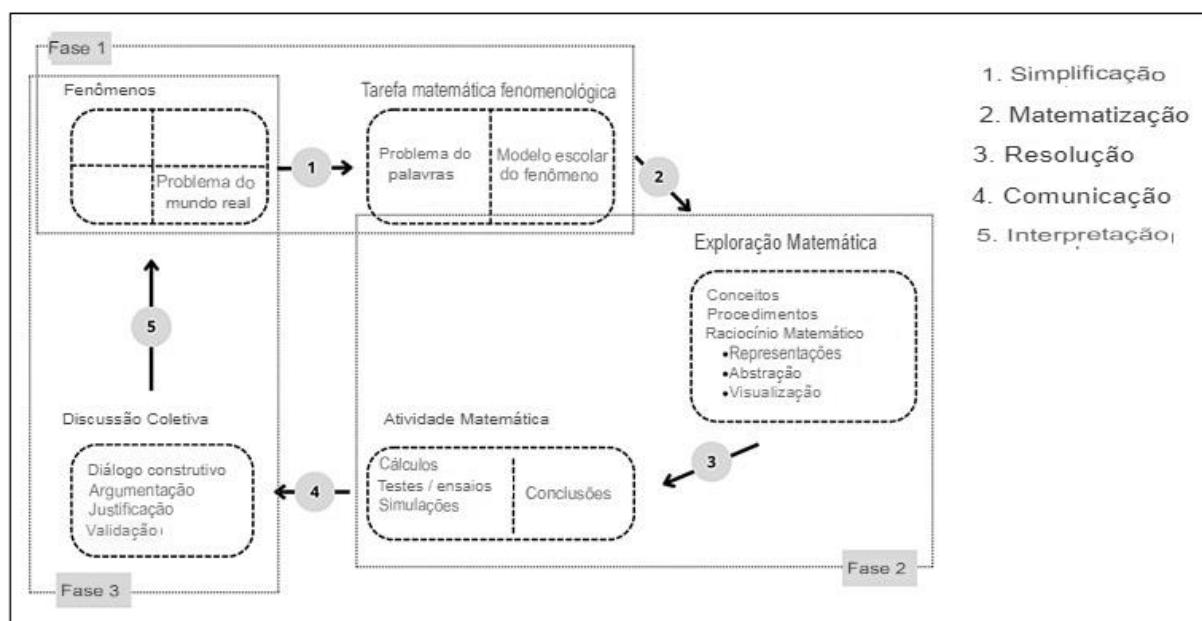
Para realizar uma Análise Fenomenológica, Gómez e Cañadas (2011) propõem que o futuro professor de Matemática: investigar os possíveis fenômenos reais associados ao conteúdo, agrupar os fenômenos em contextos de acordo com suas características estruturais relevantes do ponto de vista matemático, projetar tarefas simplificando o fenômeno para um problema de palavras que possa ser apresentado aos alunos, Gerenciar a execução da tarefa em sala de aula e discutir com os alunos os resultados obtidos ao resolver a tarefa. Esse processo é denominado *Ciclo de Análise Fenomenológica na Perspectiva Escolar* (Gómez; Cañadas, 2011, p. 80).

Com base nesse modelo, há três anos as etapas desse ciclo vêm sendo mobilizadas na formação dos futuros professores de Matemática em termos de desenho de tarefas para o ensino e aprendizagem das funções (Gutiérrez-Fallas, 2023). Com essa experiência, foi feita uma adaptação ao ciclo (Figura 2) e, além disso, são propostos cinco princípios que orientam o projeto e conceituam as tarefas matemáticas fenomenológicas com a integração da tecnologia.

O *Ciclo Fenomenológico Escolar* (CFE) é composto por três fases. *Fase 1 – Simplificação*, consiste em dois momentos em que o professor é responsável, um primeiro momento é a investigação de fenômenos que problematizam situações do mundo real associadas ao conteúdo matemático a ser ensinado e um segundo momento em que o professor simplifica esse fenômeno e desenha uma tarefa matemática fenomenológica propondo um modelo escolar do fenômeno. *Fase 2 – Matematização e Resolução*, consiste na exploração matemática da tarefa pelo aluno, mobilizando seu raciocínio matemático e utilizando os conhecimentos conceituais-procedimentais que possui para matematizar a situação, isso dá origem à resolução da tarefa e assim desenvolver sua atividade matemática, permitindo-lhe obter as conclusões e resultados matemáticos correspondentes. *A Fase 3 – Comunicação e*

*Interpretação*, consiste em um momento de discussão coletiva, onde o professor conduz um diálogo construtivo convidando os alunos a argumentar e justificar seus resultados, para que finalmente permitam validar as conclusões à luz da interpretação do fenômeno que deu origem ao problema colocado na tarefa.

**Figura 2** – Ciclo fenomenológico escolar



Fonte: Elaboração do autor

Com relação aos princípios de projeto de tarefas matemáticas fenomenológicas com integração tecnológica, apresento a seguir cinco princípios orientadores para um professor de Matemática (ou futuro professor) desenvolver uma tarefa de acordo com o *CFE*.

- **P1.** A tarefa está ligada a um fenômeno real.
- **P2.** O modelo escolar do fenômeno é adequado ao nível curricular em que a tarefa é direcionada.
- **P3.** A ferramenta tecnológica potencializa a exploração matemática e a atividade para a visualização de conteúdos matemáticos no desenvolvimento do raciocínio matemático.
- **P4.** A ferramenta tecnológica promove o trabalho autônomo e motiva a colaboração dos alunos.
- **P5.** O que é solicitado pela tarefa apela à argumentação e justificação dos resultados, bem como à interpretação desses resultados em coerência com o fenômeno real.

## Metodologia

O estudo do qual este artigo deriva situa-se no paradigma interpretativo com abordagem qualitativa, realizado em um contexto de formação inicial de professores de Matemática, no qual o autor do texto foi o pesquisador e o professor formador do programa.

O paradigma interpretativo valoriza a compreensão de significados buscando penetrar no mundo pessoal dos sujeitos, dentro de um contexto em que ocorre a interação entre o pesquisador e o pesquisado (dupla hermenêutica) e onde a produção do conhecimento é indutiva, interativa e espiral (Coutinho, 2011). De acordo com o objetivo do estudo e a natureza do contexto em que os dados foram coletados, foi necessário que a pesquisadora interpretasse, esclarecesse e descrevesse os dados coletados de acordo com os participantes envolvidos. Enquanto, como formador, era essencial fazer parte do ambiente onde esses dados são produzidos e coletados: um curso de formação inicial para professores de Matemática.

O estudo foi desenvolvido durante um período de três anos (2020, 2021, 2022) e a experiência ocorreu em um curso de um programa de formação inicial para professores de Matemática em uma universidade na Costa Rica. Este curso é o terceiro ano do programa, é de natureza didático-matemática e entre seus objetivos de formação estão desenvolver conhecimentos didáticos sobre o tema de Funções para o ensino médio, em particular, um dos conteúdos do curso é a fenomenologia didática da disciplina de Funções dentro do currículo escolar da Costa Rica. Para o desenvolvimento desse conteúdo, solicitou-se aos futuros professores que realizassem uma análise fenomenológica de um conteúdo matemático associado ao tema *Funções* e projetassem tarefas matemáticas fenomenológicas para o ensino e aprendizagem desse conteúdo, integrando ferramentas tecnológicas tanto para a concepção quanto para a resolução das tarefas.

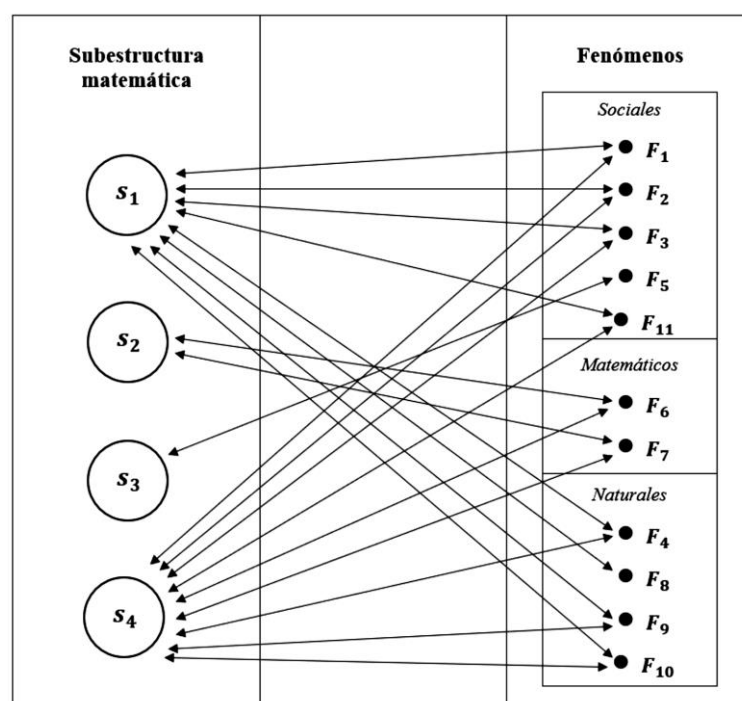
A coleta de dados foi realizada a partir das produções das futuras professoras, neste caso essas produções consistiram nas tarefas por eles elaboradas e, além disso, foram coletadas evidências de suas reflexões escritas sobre o trabalho realizado. A análise dos dados foi realizada de forma descritiva e interpretativa, com o objetivo de evidenciar a operacionalização dos cinco princípios do projeto nas tarefas elaboradas pelos futuros professores dentro do modelo CFE. Para os propósitos deste artigo, apresenta-se a análise de duas das tarefas desenvolvidas por um casal de futuros professores que trabalharam colaborativamente na concepção dessas tarefas. Para garantir o anonimato, nomes fictícios são atribuídos aos futuros professores, chamados de José e Ana.

O objetivo dos resultados apresentados neste texto é evidenciar os elementos mobilizados por José e Ana na concepção de tarefas matemáticas fenomenológicas para o ensino e aprendizagem da Função Linear, de modo que não há elementos associados à execução dessas tarefas em sala de aula escolar. Para alcançar esse objetivo, as duas tarefas elaboradas pelos futuros professores foram analisadas a partir da definição dos cinco princípios mencionados na seção anterior.

### Principais resultados

Antes da elaboração das tarefas matemáticas fenomenológicas, José e Ana realizaram uma análise fenomenológica do tema Função Linear. Nessa análise, eles definiram quatro subestruturas matemáticas desse tópico, reconheceram onze fenômenos reais, organizaram os fenômenos em três contextos: social, matemático e natural, e estabeleceram a relação desses fenômenos com cada uma das subestruturas (Figura 3).

**Figura 3** – Esquema da Análise Fenomenológica da Função Linear



Fonte: Elaborado por José e Ana

As quatro subestruturas definidas são: S1. Uma função linear cuja representação gráfica não contém a origem; S2. Função linear cuja representação gráfica contém a origem; S3. Função linear constante; e S4. Equação Linear. Os onze fenômenos estão listados abaixo:

- F1. A relação custo/quantidade da produção de um produto.
- F2. A relação entre salários e quantidade de produtos vendidos.
- F3. A relação entre tempo e quantidade.
- F4. A relação entre a frequência cardíaca de um animal e sua temperatura corporal.
- F5. A relação entre um salário fixo e a quantidade de produtos vendidos.
- F6. A relação entre o perímetro e a medida do lado de polígonos regulares.
- F7. A relação entre o comprimento da circunferência e a medida do seu raio.
- F8. A relação entre as diferentes unidades de medida de temperatura.
- F9. Relação entre medida óssea e estatura de homens e mulheres.
- F10. A relação entre o comprimento da parte do corpo de um animal e sua totalidade.
- F11. A relação entre preço e oferta ou demanda de um produto.

Posteriormente, José e Ana desenharam cinco tarefas matemáticas fenomenológicas, nas quais utilizaram três ferramentas tecnológicas principais para sua concepção: o site *wix.com*, a plataforma *genial.ly* e o software *GeoGebra*. A seguir são apresentados os resultados da análise do projeto de duas das tarefas desenvolvidas por José e Ana, T1 e T2, esses resultados são organizados com base nos cinco princípios de design propostos anteriormente neste texto.

#### *P1. A tarefa está ligada a um fenômeno real.*

Com relação ao T1, corresponde ao modelo linear que relaciona a idade de uma pessoa com sua frequência cardíaca, no caso, a função critério, onde representa a idade da pessoa em anos e a frequência cardíaca máxima em batimentos por minuto (bpm). Enquanto T2 é uma tarefa associada a um fenômeno de engenharia aeronáutica, especificamente, a relação linear que pode ser estabelecida entre o tempo de voo de uma aeronave Boeing 727 e o consumo de combustível, tomando como referência que um Boeing 727 utiliza aproximadamente 4.850 litros de combustível para cada hora de voo.  $f(x) = 220 - xx f(x)$

Em ambas as tarefas (Figura 4), há evidências de um processo significativo de investigação de fenômenos reais que pode ser modelado pelo critério de uma função linear. Para José e Ana, esta busca "proporciona ao professor uma série de ideias que lhe permitem criar tarefas que potenciam não só o interesse dos alunos por esta disciplina, mas também a aplicação de conhecimentos e a emergência destes no mundo que os rodeia" (R-e<sup>3</sup>).

Assim, há evidências de uma abordagem dos fenômenos do mundo real, a compreensão desse fenômeno e os elementos necessários para projetar uma tarefa matemática

<sup>3</sup> A simbologia R-e será usada para se referir à **Reflexão-Escrita de José e Ana sobre o desenho das tarefas.**

fenomenológica que permita a exploração do conteúdo matemático correspondente, neste caso, para explorar a Função Linear.

**Figura 4** – Tarefas propostas T1 e T2 em *genially.ly*



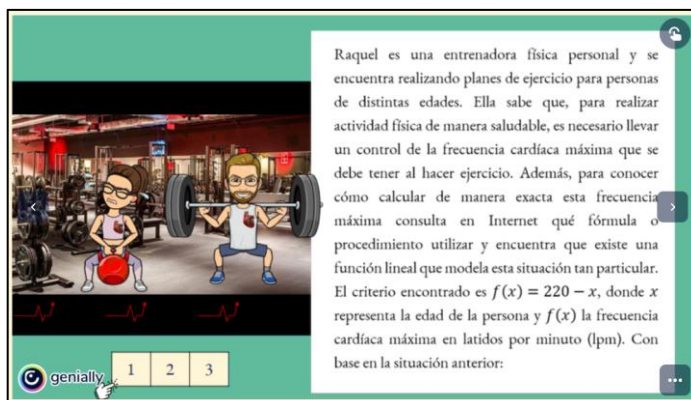
Fonte: Elaborado por José e Ana.

*Q2. O modelo escolar do fenômeno é adequado ao nível curricular em que a tarefa é direcionada.*

Ambas as tarefas são destinadas ao nível secundário do sistema educacional costarricense, com o objetivo de reconhecer a relação linear entre duas variáveis, as diferentes representações que permitem modelar essa relação e as principais características da Função Linear.

Em T1 (Figura 5) José e Ana escrevem um problema de palavras onde combinam representação textual com representação simbólico-algébrica para definir o modelo escolar do fenômeno, colocado no contexto da atividade física que uma pessoa pode realizar em benefício de sua saúde. Essa afirmação se aproxima bastante da realidade imediata de muitos adolescentes escolares que praticam um esporte ou realizam algum desempenho físico em seu dia a dia. Além disso, mostra a proximidade com um currículo que promove a saúde física das pessoas.

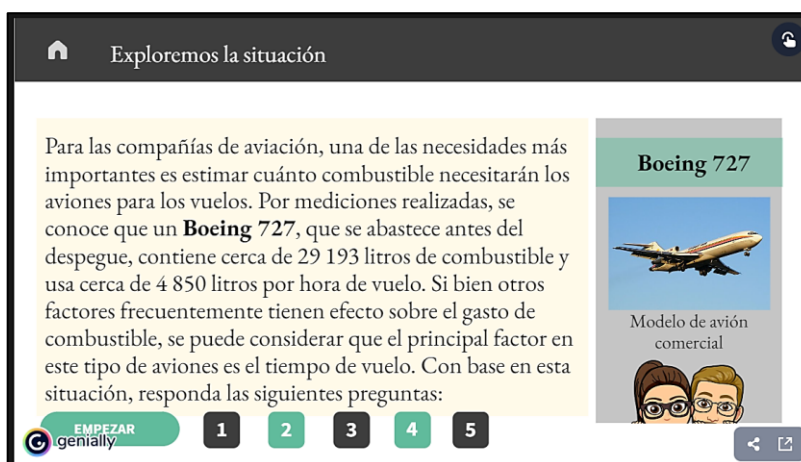
**Figura 5** – Enunciado T1



Fonte: Elaborado por José e Ana.

Com relação ao T2 (Figura 6), o depoimento de José e Ana mostra apenas o uso da representação textual alfanumérica para estabelecer o modelo escolar do fenômeno no qual a tarefa será desenvolvida. Nesse caso, levando em conta que, embora muitos alunos nunca tenham viajado de avião, a curiosidade que pensar em tal possibilidade provoca é comumente reconhecida, então essa tarefa apela para o interesse que pode gerar nos alunos. A este respeito, José e Ana refletem que "o desenho de tarefas matemáticas permitiu-nos compreender melhor como abordar este tema através de situações ou problemas com um contexto particular, de forma a ensinar corretamente o tópico da função linear" (R-e).

Figura 6 – Instrução T2



Fonte: Elaborado por José e Ana.

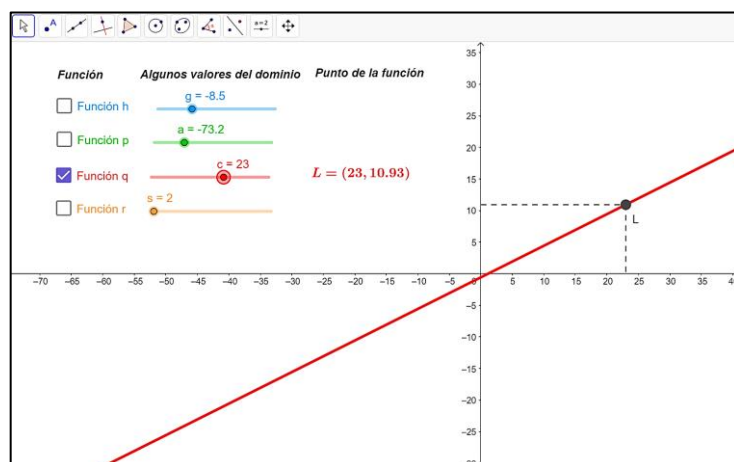
**Q3.** *A ferramenta tecnológica potencializa a exploração matemática e a atividade para a visualização de conteúdos matemáticos no desenvolvimento do raciocínio matemático.*

José e Ana utilizaram duas ferramentas principais para promover a exploração e a atividade matemática, por um lado, utilizaram *genial.ly* para criar a sequência dinâmica da tarefa e os problemas associados a ela, por exemplo, na Figura 5 e na Figura 6 é possível ver os diferentes botões de navegação representados por números que orientam a exploração da tarefa ao longo de sua resolução.

Por outro lado, utilizaram o GeoGebra (Figura 7) com a finalidade de consolidar os resultados obtidos durante a atividade matemática da tarefa em termos das características da Função Linear, permitindo visualizar os diferentes elementos do conteúdo matemático em um ambiente dinâmico oferecido pelo software.



Figura 7 – Exemplo de utilização do recurso GeoGebra em T1



Fonte: Elaborado por José e Ana.

A integração destas ferramentas tecnológicas por José e Ana mostra o reconhecimento de que estes recursos potenciam o ensino de conteúdos matemáticos e trazem benefícios significativos em termos de motivação e aprendizagem dos alunos. Para os futuros professores, é relevante que "haja cada vez mais ferramentas que os professores de matemática têm para o desenvolvimento de lições úteis que favoreçam a aprendizagem dos alunos" (R-e).


#### *Q4. A ferramenta tecnológica promove o trabalho autônomo e motiva a colaboração dos alunos.*

De acordo com suas reflexões, José e Ana afirmam que o processo envolvido na concepção de tarefas também lhes permitiu reconhecer como levá-los a uma aula com a intenção de melhorar a compreensão de conteúdos matemáticos, argumentando que "através de tarefas como a concepção de tarefas matemáticas, é possível saber como usá-las em uma aula, o grande número de conceitos que estão imersos nestes, o que permite o desenvolvimento de uma melhor compreensão do tópico matemático tratado" (R-e).

Parte disso consiste em promover o trabalho autônomo dos alunos durante a resolução da tarefa, para a qual os futuros professores utilizaram o site *da wix.com* para hospedar um ambiente virtual de aprendizagem que orienta o aluno de forma independente (Figura 8). Este site apresenta instruções muito detalhadas, convidando o aluno a navegar por diferentes opções associadas às tarefas, sua resolução e os resultados matemáticos que são descobertos à medida que as tarefas são resolvidas.

**Figura 8** – Exemplo do uso de *wix.com*

De manera general, observe que, cuando se interseca al eje  $x$  el valor de la coordenada de  $y$  es cero, pues esto indica que se estaría sobre el eje  $x$ . Y, cuando se interseca al eje  $y$ , el valor de la coordenada de  $x$  debe ser cero, por la misma razón anterior.



### Monotonía de la función lineal

Finalmente, se estudiará el concepto de **monotonía**, el cual hace referencia al comportamiento de la gráfica de la función lineal, es decir, si esta crece, decrece o se mantiene constante. Para esto, se presentan a continuación tres funciones, una de las cuales es creciente, la otra decreciente y, finalmente, se tiene una constante:

Creciente	Decreciente	Constante
↓	↓	↓
$r: [-1,6] \rightarrow \mathbb{R}; r(x) = 3x + 5$	$q: [-14,14] \rightarrow \mathbb{R}; q(x) = -x + 7$	$s: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; s(x) = 6$

Fonte: Elaborado por José e Ana.

Além disso, José e Ana integraram elementos que mantiveram a motivação para realizar a tarefa e trabalhar de forma colaborativa com seus pares. Por exemplo (Figura 9), eles fizeram uso da plataforma *genial.ly* para introduzir elementos animados icônicos que permitiriam estabelecer um vínculo com a ferramenta tecnológica durante a resolução da tarefa.


**Figura 9** – Exemplo de interação com a ferramenta tecnológica em T1

Si Raquel va a supervisar el entrenamiento de José y él tiene 78 años ¿cuántos latidos por minuto son los máximos recomendados para José?

142

172

SIGUIENTE >



¡Muy bien!

genially

Fonte: Elaborado por José e Ana.

**Q5.** *O que é solicitado pela tarefa apela à argumentação e justificação dos resultados, bem como à interpretação desses resultados em coerência com o fenômeno real.*

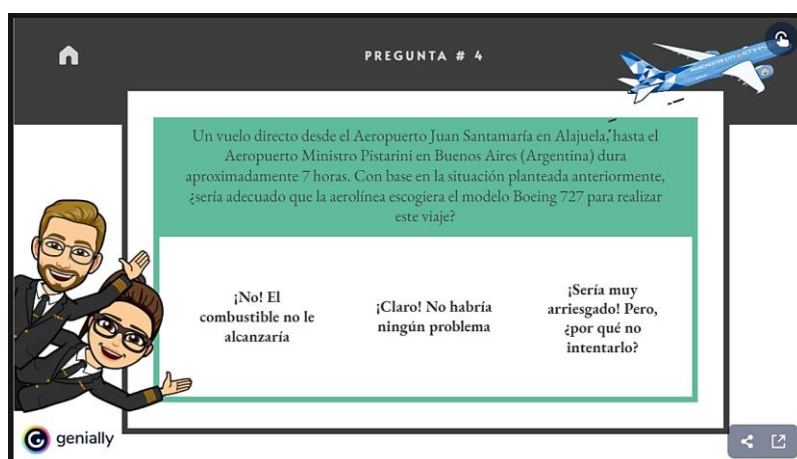
As questões a serem resolvidas na tarefa são o motor da exploração e da atividade matemática do aluno. A riqueza dessas questões fica evidente à medida que se promove a argumentação, a justificativa e a interpretação dos resultados obtidos. As tarefas desenhadas por José e Ana mostram um potencial muito significativo para os alunos estabelecerem

argumentos sólidos com base nos seus conhecimentos matemáticos, justificarem as suas respostas referindo-se aos procedimentos desenvolvidos e, ao mesmo tempo, interpretarem as suas respostas à luz do fenómeno a que a tarefa se refere.

Por exemplo, a Figura 10 mostra uma questão em que os alunos devem não apenas realizar o respectivo cálculo do combustível necessário para fazer um voo de 7 horas, mas também interpretar esse valor dentro do contexto definido pelo modelo escolar do fenómeno que foi apresentado com a tarefa. Além disso, José e Ana reconhecem o contributo que a promoção de tarefas desta natureza traz para a sua formação, refletindo que:

É possível afirmar que, graças ao desenho de propostas didáticas para a função linear, foi possível crescer substancialmente como profissionais, gerando novos conhecimentos e aprendizagens valiosas que, sem dúvida, irão melhorar a Educação Matemática na Costa Rica (R-e).

Figura 10 – Exemplo de interação com a ferramenta tecnológica em T1



Fonte: Elaborado por José e Ana

## Conclusões

Como evidenciado nos currículos escolares, por exemplo, no currículo costarricense, a fenomenologia didática posiciona-se como peça fundamental para promover a abordagem funcional da matemática. Portanto, integrada à formação inicial de professores de Matemática, a fenomenologia didática desenvolve habilidades e competências profissionais associadas à análise, investigação e sistematização de informações, pensamento crítico, criatividade e inovação educacional.

Isso é potencializado quando a fenomenologia didática ocorre nos programas de formação de professores como ferramenta eficaz e eficiente para que os professores reconheçam

fenômenos que respondam aos conteúdos matemáticos a serem ensinados e projetem tarefas matemáticas escolares dentro desses contextos fenomenológicos.

Os resultados aqui apresentados mostram que a concepção de tarefas matemáticas fenomenológicas com a integração de tecnologia constitui uma experiência que permite aos futuros professores consolidarem seus conhecimentos didático-matemáticos e visualizar conceitos matemáticos de forma dinâmica à medida que os contextos de aplicação desses conceitos são explorados. De acordo com os resultados, essas experiências formativas também são enriquecidas pelas concepções que os futuros professores têm sobre o potencial que a tecnologia oferece para a compreensão de conteúdos matemáticos na resolução de tarefas.

Por outro lado, evidenciou-se uma articulação significativa entre os diferentes domínios do Conhecimento *para a Concepção de Tarefas Matemáticas Digitais*, em particular os resultados mostraram que José e Ana não só mobilizaram o seu conhecimento técnico das ferramentas digitais que utilizaram para conceber as tarefas, mas também o conhecimento didático da ferramenta, o que permitiu aos futuros professores criarem um ambiente propício à aprendizagem da Função Linear.

Conclui-se que o CFE constitui um caminho para o desenho e implementação de tarefas matemáticas fenomenológicas. No entanto, esse percurso pode apresentar alguns obstáculos, por exemplo, três são considerados: (i) o tempo que temos nos cursos de formação inicial de professores *versus* o número de inúmeros temas a serem abordados, (ii) as concepções e crenças dos futuros professores sobre a abordagem funcional da Matemática e (iii) a distância que existe em relação a outras áreas científicas, situações sociais ou cotidianas que podem dificultar a compreensão de fenômenos reais em contextos pouco conhecidos pelos futuros professores de matemática.

Todavia, os programas de formação inicial devem continuar a problematizar situações de ensino e aprendizagem, oferecendo oportunidades para que os futuros professores de Matemática mobilizem seus conhecimentos profissionais de forma articulada, particularmente na concepção de tarefas matemáticas fenomenológicas com a integração da tecnologia, permitindo a mobilização de seus conhecimentos matemáticos, didático-matemáticos e tecnológicos.

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIATION OF MATHEMATICS TEACHER EDUCATORS (AMTE). **AMTE technology position statement**: preparing teacher to use technology to enhance the learning of mathematics. Homepage. Raleigh, NC, 2006.
- CAÑADAS, M.; GÓMEZ, P. **Apuntes sobre análisis de contenido**. Módulo 2 de MAD. Bogotá: Universidad de los Andes, 2013.
- COUTINHO, C. **Metodologia de investigação em ciências sociais e humanas, teoria e prática**. Coimbra: Edições Almedina. 2011.
- FREUDENTHAL, H. **Didactical Phenomenology of Mathematical Structures**. Dordrecht: Reidel, 1983.
- GÓMEZ, P.; CAÑADAS, M. C. La fenomenología en la formación de profesores de matemáticas. **Voces y Silencios. Revista Latinoamericana de Educación**, [S. l.], v. 2, n. especial, p. 78–89, 2011. DOI: 10.18175/vys2.especial.2011.05.
- GÓMEZ, P.; RICO, L. Integration of didactical knowledge and mathematical content knowledge in pre-service teacher training. *In: ICME*, 10., 2004. **Anais [...]**. Copenhagen, Dinamarca, 2004.
- GUTIÉRREZ-FALLAS, L. F. Taller: Diseño de tareas matemáticas fenomenológicas para la enseñanza y el aprendizaje de las Funciones. *In: CIAEM*, 16., 2023. **Anais [...]**. Lima, Perú, 2023.
- GUTIÉRREZ-FALLAS, L. F.; HENRIQUES, A. (2018). O TPACK de futuros professores na adaptação de tarefas matemáticas. *In: A. PEDRO, J. PIEDADE, J. F. MATOS, N. DOROTEA; N. PEDRO (org.). Atas do V Congresso Internacional das TIC na Educação*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2018. p. 553-565.
- GUTIÉRREZ-FALLAS, L. F.; HENRIQUES, A. Princípios de design de uma experiência baseada no TPACK na formação inicial de professores de matemática. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 29, n. 00, e021006, 2021. DOI: 10.20396/zet.v29i00.8661780.
- HIEBERT, J., MORRIS, A. K.; GLASS, B. Learning to learn to teach: An “experiment” model for teaching and teacher preparation in mathematics. **Journal of Mathematics Teacher Education**, [S. l.], v. 6, 2003, pp. 201-222.
- KOEHLER, M.; MISHRA, P.; KERELUIK, K.; SHIN, T. S.; GRAHAM, C. The technological pedagogical content knowledge framework. *In: SPECTOR, J.; MERRILL, M.; ELEN, J.; BISHOP, M. (org.). Handbook of research on educational communications and technology*. New York, NY: Springer, 2014. p. 101-111.
- LEUNG, A. Exploring techno-pedagogic task design in the mathematics classroom. *In: LEUNG, A.; BACCAGLINI-FRANK, A. (org.). Digital technologies in designing mathematics education tasks: potential and pitfalls*. Cham: Springer, 2017. p. 3-16.

LLINARES, S. Aprender a ensinar Matemática en la enseñanza secundaria: Relación dialéctica entre el conocimiento teórico y práctico. **Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado**, [S. l.], v. 32, 1998. p. 117-127.

LUPIAÑEZ, J. **Espectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria**. 2009. Tesis (Doctoral) – Universidad de Granada, Granada, 2009.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: a framework for integrating technology in teachers' knowledge. **Teachers College Record**, [S. l.], v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles to actions: Ensuring mathematical success for all**. Reston, VA: NCTM, 2014.

NIESS, M. L. Rethinking pre-service mathematics teachers' preparation: technological, pedagogical and content knowledge (TPACK). In: POLLY, D.; MIMS, C.; PERSICHITTE, K. (org.). **Developing technology-rich, teacher education programs: key issues**. Hershey, PA: IGI Global, 2012. p. 316-336.

OCDE. **PISA 2006**. Marco de la Evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lecturas. Madrid: Ministerio de Educación, 2006.

PENALVA, M. C.; LLINARES, S. Tareas matemáticas en la educación secundaria. In: GOÑI, J. M. (ed.). **Didáctica de las matemáticas**. GRAO: Barcelona, 2011. p. 27-74.

PONTE, J. P. Estudando o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In: PLANAS, N. (org.). **Educación matemáticas: teoría, crítica y práctica**. Barcelona: Graó, 2012. p. 83-98.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (APM). Grupo de Trabalho de Investigação (GTI) (org.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: ENGLISH, L. (org.). **Handbook of international research in mathematics education**. 2. ed. New York, EUA: Routledge, 2008. p. 225-263.

RICO, L.; LUPIAÑEZ, J. L. **Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular**. Madrid: Alianza Editorial, 2008.

SERRAZINA, L. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 266-283, 2012.

SIMON, M. The challenge of mathematics teacher education in the area of mathematics education reform. In: JAWORSKI, B.; WOOD, T. (org.), **International Handbook of Mathematics Teacher Education, The Mathematics Teacher Educator as a Developing professional**. Rotterdam, The Netherlands: Sense, 2008. v. 4, p. 17-29.

SWARS, S. L., SMITH, S. Z., SMITH, M. E.; HART, L. C. A longitudinal study of effects of a developmental teacher preparation program on elementary prospective teachers' mathematics beliefs. **Journal of Mathematics Teacher Education**, [S. l.], v. 12, p. 47–66, 2009.

**Processamento e editoração: Editora Ibero-Americana de Educação.**  
Revisão, formatação, normalização e tradução.

