

UMA ANÁLISE DA MODELAGEM COMO UMA SITUAÇÃO A-DIDÁTICA

Markus Benedito Santos DIAS¹
Adilson Oliveira do ESPÍRITO SANTO²

355

RESUMO: O presente artigo, de característica teórica, tem o objetivo de divulgar uma pesquisa de mestrado acadêmico concluída em agosto de 2013 pelos autores acima citados (orientando e orientador, respectivamente), cujo objetivo foi de caracterizar a Modelagem Matemática com suporte da Etnomatemática como uma situação a-didática de acordo com o olhar da TSD. Nesse caminhar, ao analisar as publicações de autores que em determinado foi verificado a possibilidade desse entrelaçamento ao seguir as etapas (dialéticas) indicadas pela Teoria das Situações Didáticas (TSD). Após essas argumentações, é apresentada uma atividade de Modelagem envolvendo o tema da carpintaria naval desenvolvida no município de Abaetetuba-Pará em que se procura representar a matemática (não escolar) praticada pelo mestre-artesão por meio da matemática difundida na cultura escolar. Por fim, após as reflexões e demonstrações realizadas em nossas conclusões, pode-se reconhecer a Modelagem com aporte da Etnomatemática como uma situação a-didática pelo fato, dentre outros, de permitir ao aluno a possibilidade de construir o seu próprio conhecimento por meio de situações provenientes do seu meio cultural, permitindo o uso dessas “diferentes” matemáticas de acordo com o contexto apresentado, sem que uma domine a outra.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem matemática. Etnomatemática. Teoria das Situações Didáticas (TSD). Carpintaria naval.

INTRODUÇÃO

Muito se tem proposto em fazer com que o aluno adquiria diversos tipos de conhecimento difundidos pela escola para agir perante as situações cotidianas que lhe são propostas. Em busca dessa possibilidade de contribuir com o processo de ensino-aprendizagem, diversas pesquisas são desenvolvidas no âmbito da Educação.

No campo da Educação Matemática, em específico, de acordo com as orientações do PCN “[...] a atividade matemática escolar não é “olhar para coisas prontas e definitivas”, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade.” (BRASIL, 2001, p.19).

¹ UFPA - Universidade Federal do Pará. Instituto em Educação Matemática e Científica. Belém – PA – Brasil. 66.000-000 - markusdias@ufpa.br

² UFPA - Universidade Federal do Pará. Instituto em Educação Matemática e Científica. Belém – PA – Brasil. 66.000-000 - adilson@ufpa.br

Nessa direção, entendemos que as aulas com o suporte da Modelagem Matemática merece especial atenção por atribuir ao aluno a responsabilidade (parcial ou total) do processo de aprendizagem partindo de uma situação-problema presente em seu cotidiano e que nesse caminhar em busca da solução mais plausível à dúvida apresentada, o conhecimento tácito pode servir como ferramenta nessa construção. Para tanto, ressaltamos a importância do meio em que este discente convive, as relações interpessoais desse ambiente e suas experiências acumuladas com relação às atividades culturais praticadas pelo grupo ao qual esse aluno pertence.

Nesse cenário, em que podemos aproveitar os aspectos culturais do aluno para tentar apresentar uma solução a uma situação proveniente do seu meio cultural por meio da matemática, torna-se importante, a nosso ver, o suporte da Etnomatemática no processo de Modelagem por permitir a valorização do saber de determinado grupo cultural, não permitindo que o conhecimento difundido nas escolas se sobreponha aos praticados por esse grupo. Além disso, a matemática (não difundida pela escola) adotada pelo grupo pode ser aproveitada pelo aluno em vivência escolar.

Assim, este texto científico de cunho teórico, tem o objetivo de divulgar os resultados da dissertação dos autores acima citados, a qual proporciona o início de uma discussão sobre a possibilidade de interseção entre a Modelagem Matemática, a Etnomatemática e a TSD.

Para isso, posicionamos nas seções seguintes a abordagem da Modelagem com suporte da Etnomatemática, incorporando ideias de autores que indicam essa possibilidade, bem como situo a Modelagem Matemática com aporte da Etnomatemática como uma situação a-didática comparando as etapas presentes na Modelagem com as dialéticas indicadas pelos pressupostos da TSD.

A MODELAGEM COM ETNOMATEMÁTICA

A partir desta seção, começo defender as argumentações, de forma teórica, das abordagens pertinentes à Modelagem com aporte da Etnomatemática, ambas sob o olhar da TSD.

Assim, conforme mencionado em linhas anteriores, iniciamos a defesa de nossas ideias defendendo a possibilidade de interseção da Modelagem com a Etnomatemática no campo da Educação Matemática nos apoiando em trabalhos defendidos por autores que em algum momento propuseram essa possibilidade.

Entre esses trabalhos, adotamos como referencial teórico os estudos realizados por Bassanezi (2010), Burak e Klüber (2011) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2011). Sabemos que na literatura sobre esse assunto existem trabalhos de outros autores, porém, por motivo de direcionamento da pesquisa, não os incorporamos ao corpo do nosso estudo.

Essa discordância entre alguns autores, a nosso ver, tem raiz nas diversas concepções que os autores possuem da Modelagem e da Etnomatemática dentro da Educação Matemática. Dessa forma, dependendo do ângulo adotado, estas teorias podem se complementar.

Em Bassanezi (2010), por exemplo, o autor propõe na Etnociência o meio para a redescoberta de conhecimentos adotados por outras culturas. Desta forma, segundo esse estudioso, muitas situações provenientes da Etnomatemática podem ser trabalhadas por meio da Modelagem Matemática como na proposta de entendimento do processo de construção de uma pipa de vinho construída pelo “Seu Joaquim” e registrada na sua obra.

Porém, a sua forma de conduzir o processo de Modelagem enfatiza o conteúdo matemático em si, não observando outros tipos de conhecimento inerentes ao tema proposto como a reposição da madeira retirada para essa construção, o porquê da plantação de videiras, quem iniciou esse ofício (de construção de pipas) entre outras possibilidades, enfim, não é valorizado o contexto histórico e cultural nesse trabalho.

Em Burak e Klüber (2011), no entanto, essas particularidades são abordadas matizando na situação matemática desenvolvida, a abordagem histórica do surgimento da indústria cerâmica da região, bem como a investigação sobre a possibilidade de expansão do espaço físico da indústria o que ensejou a manipulação de conceitos geométricos como ângulos, perímetro e área de figuras planas.

Essa forma de conduzir as atividades de Modelagem não limitando a pesquisa a construção de modelos matemáticos, mas aproveitando o aspecto social e cultural do um grupo estudado é, em nossa opinião, que aproxima a Modelagem à Etnomatemática.

Na mesma direção de Burak e Klüber (2011), Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), discutem o envolvimento da Etnomatemática com a Modelagem somente se os atores do processo reconhecerem o “outro etnoconhecimento”, sem a necessidade de aceitá-lo ou incorporá-lo em seu cotidiano.

A proposta defendida em nossa pesquisa foi de oportunizar a percepção das “outras realidades” em nossa volta, comparando-a com a cultura matemática difundida na escola, vinculando aos interesses e saberes construídos no cotidiano de um grupo.

A MODELAGEM SEGUNDO A TSD

Tratar a Modelagem dentro da perspectiva proposta pela TSD significa tipificá-la como situação didática ou a-didática. Na segunda opção, o aluno assume as características de um pesquisador ao buscar a melhor solução para determinada situação matemática a partir da manipulação dos elementos presentes em seu *milieu*.

Este termo *milieu* utilizado por Brousseau (1996) refere-se a todo cabedal de informações e ferramentas disponíveis ao aluno (livros didáticos, os conhecimentos dos colegas e o seu próprio conhecimento acumulado, inclusive àqueles compartilhados dentro do seu grupo cultural) a serem utilizadas na busca da resolução do problema proposto.

Nessa condução, é peculiar o caminho de incertezas do processo de Modelagem devido o aluno deparar com uma situação, que apesar de ter sido planejada pelo professor, aparece como nova aos olhos do estudante e que o introduz em um *milieu* antagonista, isto é, dentro de um ambiente que lhe desafia a assumir a responsabilidade de apresentar uma solução para a situação proposta sem a presença direta do professor.

Ao seguir essa postura, Brousseau (1996) infere que o aluno adquire de forma efetiva o conhecimento da situação matemática apresentada. Nas palavras do autor esse aluno “[...] só terá verdadeiramente adquirido [um] conhecimento quando for capaz de aplicá-lo por si próprio às situações com que depara fora do contexto do ensino, e na ausência de qualquer indicação intencional. Tal situação é chamada *situação a-didática*”. (BROUSSEAU, 1996, p.49-50), Portanto, uma situação se torna a-didática não pela negação da didática e sim por promover a independência do estudante com relação ao seu aprendizado, realizando ações e retroações em seu *milieu* na intenção de apresentar uma solução aceitável para determinado problema surgido.

Nessa interação com o meio (*milieu*) que desafia o discente na busca de respostas, surge uma variedade de perguntas e respostas cujo produto será a gênese de um conhecimento e que Brousseau (1996) denominou de **dialética**.

Agora, com a intenção de caracterizar a Modelagem enquanto uma situação a-didática realizamos a análise das etapas (BURAK; KLUBER, 2011; BIEMBENGUT;

HEIN, 2009; BASSANEZI, 2010), roteiros (CALDEIRA, 1998) ou momentos (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011) presentes durante o processo de Modelagem e as comparamos com as dialéticas apresentadas dentro da TSD.

Devido as diferentes formas dos autores de apresentar os passos percorridos por estudantes no processo de Modelagem, adotamos ora o termo momento, ora etapa e, às vezes, nos apropriamos do vocábulo roteiros ou fase para estes caminhos e que foram associados à respectiva dialética proposta pela TSD.

De posse desse raciocínio, associamos de início, o momento de **interação** proposto para Modelagem com a **dialética da ação** apresentada na TSD. Nesse cenário, o aluno entra em contato com o problema apresentado e inicia o movimento de “ir e vir” dentro do seu *milieu* na busca de apresentar uma solução provisória utilizando a linguagem vernácula sem obrigatoriedade da aparição da linguagem matemática difundida na escola.

Após o momento de interação, podemos inferir na Modelagem a etapa de **matematização**, esta comparável à dialética de **formalização** difundida pela TSD. Aqui o discente (sem apoio do professor) deve apresentar uma solução matemática ao questionamento levantado por meio da cultura matemática escolar ou não escolar, utilizando para isso, proposições e/ou modelos matemáticos desenvolvidos por ele ou pelo grupo.

Como forma de verificar a efetividade da solução apresentada, tanto a Modelagem, quanto a TSD, apresenta a expressão **validação** para definir a fase em que o aluno utiliza de seus argumentos, conhecimentos matemáticos e experimentos empíricos para convencer os demais colegas (e professor) sobre a eficácia da solução apresentada.

Por fim, ao eleger a melhor resposta do problema proposto, o aluno finaliza o seu trabalho e, assim, também, as etapas por meio da Modelagem com a assunção do **modelo matemático** construído como solução final. Esse modelo matemático desenvolvido sob uma estrutura matemática pode estar presente nas convenções assumidas no grupo cultural em que o aluno vive, bem como, no arcabouço da cultura escolar.

Nesse ponto, tanto a família, quanto a escola foram consideradas, para este texto, como instituição. Dessa forma, ao adotar o modelo matemático como, agora, integrante dessas instituições, encerramos essa demonstração de cumplicidade entra a Modelagem e a TSD, equiparando o modelo matemático com a **dialética de institucionalização**.

No entanto, não podemos deixar de asseverar que a possibilidade de considerar a Modelagem com aporte da Etnomatemática como uma situação a-didática, ao partir de temas de tendência cultural, se torna viável quando o professor reconhecer o conhecimento matemático não escolar apresentado, não impondo a sua matemática como forma de subjugar a matemática não oficial trazida pelo aluno.

Da mesma forma, se no percurso pela busca da solução do problema delimitado por meio da Modelagem houver a intervenção direta do professor haja “[...] a intenção de modificar o sistema de conhecimento do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação, as referências culturais).” (BROUSSEAU, 2006, p.41), essa abordagem deixa de ser a-didática e passa a compor um contexto didático.

Entusiasmados com a efetiva demonstração da Modelagem com aporte da Etnomatemática ser considerada uma situação a-didática, resolvemos elaborar uma situação matemática que envolvesse as ações dos mestres-artesãos residentes no município de Abaetetuba, estado do Pará.

Essas ações foram observadas pelos autores deste artigo junto aos mestres-artesãos responsáveis pela construção de embarcações de pequeno, médio e grande porte no município de Abaetetuba-Pará, com a finalidade de verificarmos a presença das dialéticas propostas na TSD, ao traduzir as curiosidades apresentadas nesse processo, por meio de soluções matemáticas de acordo com a nossa experiência de professor, porém, nos posicionando como alunos dentro dessa jornada.

Nessa possibilidade, adotamos a pesquisa qualitativa na busca dos dados para o início dessa proposta, com ênfase na entrevista etnográfica, seguindo os pressupostos defendidos aqui sobre a Modelagem geradora de situações a-didáticas.

UMA SITUAÇÃO A-DIDÁTICA COM MODELAGEM

A situação apresentada a seguir refere-se à dúvida levantada quando da visita aos estaleiros do município de Abaetetuba e após conversa informal (parte da entrevista etnográfica) com um dos responsáveis desse local de trabalho.

Nesse diálogo, percebemos a confiança do mestre-artesão de determinado estaleiro ao ordenar a seu funcionário o início da confecção de 20 braçames³ após saber do futuro proprietário da embarcação (bote pesqueiro)⁴ o tamanho da quilha⁵.

³ Peça em madeira que compõe o casco da embarcação (espécie de costelas).

⁴ Tipo de embarcação de apoio à pesca com capacidade de até 15 toneladas (LUCENA, 2002, p.70).

Ao verificarmos o procedimento inicial de preparação da quilha para receber os referidos braçames, nós percebemos a uniformidade na divisão dessa parte do barco em que as medidas, segundo o artesão, foram repassadas a ele por outras gerações, porém sem conhecimento da origem dos valores adotados.

No caso do bote pesqueiro, assim como outras embarcações de porte médio, a divisão da quilha é feita a cada 30 cm (11 polegadas para eles) com sulcos para encaixe dos braçames de 10 cm (4 polegadas para eles).

Figura 1 - Vista frontal de uma quilha com braçame posicionado no centro



Fonte: Elaboração própria.

Com base nesses dados, sabendo que a quantidade de braçame depende do tamanho da embarcação, ou seja, fica em função do comprimento da quilha, resolvemos determinar primeiro um modelo que representasse essa dimensão.

Assim, construímos uma tabela que mostra a relação entre as medidas adotadas pelos trabalhadores para visualizarmos melhor os dados referentes a esse procedimento.

Tabela 1 - Quantidade de braçames e intervalos do pós-cadaste

Nº braçame (b)	1	2	3	...	n
Nº espaços (e)	0	1	2	...	n - 1

Fonte: Elaboração própria.

Percebemos, então, que se considerarmos o primeiro braçame instalado na parte frontal da quilha (futura prôa), o outro sulco estará a 30 cm de distância do primeiro, formando, dessa forma uma sequência lógica mostrada na tabela 1.

⁵ Peça de madeira com formato de paralelepípedo retangular que serve de base para a estrutura do casco da embarcação.

Nessa investigação, notamos que toda quilha é composta de uma peça chamada de cadaste, que comportará a hélice de propulsão da embarcação. Essa peça divide a quilha em duas partes – o pré-cadaste e o pós-cadaste. Com essas informações podemos escrever o tamanho da quilha por meio da sentença:

Comp.pós-cadaste= quant. braçames (n) x larg. Braçames(b) + quant. espaços(n) x larg. Espaço(e)

Substituindo as palavras por símbolos, temos o modelo 1.

$$C = n.b + (n - 1)e$$

$$C = nb + ne - e \Rightarrow C = n(b + e) - e \quad (1)$$

De acordo com o depoimento dos mestres-artesãos, sabemos que a largura do braçame corresponde e o espaço entre eles corresponde a 10 cm e 30 cm, respectivamente. Com isso aperfeiçoaamos o modelo 1 no modelo 2 a seguir, construindo o modelo matemático que nos fornece o comprimento do pós-cadaste.

$$C = n(10 + 30) - 30$$

$$C = 40n - 30 \quad (2)$$

Porém, o nosso desafio é representar por meio do modelo matemático o modelo mental praticado pelo mestre-artesão entrevistado que traduza a quantidade de braçame necessários para a construção de um bote pesqueiro.

Para isso, antes de determinarmos a solução dessa atividade, precisamos observar que a quilha está dividida em duas partes. O pós-cadaste foi representado pelo modelo (2) e o pré-cadaste possui o comprimento de aproximadamente 1,20m. Com esses dados determinamos o modelo 3 que representa o comprimento total da quilha.

$$C_t = \text{précadaste} + \text{póscadaste}$$

$$C_t = 120 + 40n - 30 \Rightarrow C_t = 40n + 90 \quad (3)$$

Utilizando o algoritmo de operação inversa de funções temos o modelo 4 que responde, de forma inicial, à nossa dúvida.

$$n = \frac{C_t - 90}{40} \quad (4)$$

Ao tentar validar o modelo 4 por meio de verificação *in loco*, percebemos que esta solução inicial não representava o modelo adotado pelo artesão, tampouco, a quantidade real de braçame instalados na embarcação que sempre indicava seis

unidades a mais (três na popa e três na proa). Com isso, resolvemos reavaliar o modelo, estruturando-o da seguinte forma:

$$n = \left[\frac{C_t - 90}{40} \right] + 6 \quad (5)$$

CONSIDERAÇÕES

Versar sobre um problema inicialmente não matemático por meio da Modelagem com aporte da Etnomatemática pressupõe indagarmos qual é a “melhor matemática” a ser utilizada pelo aluno? Esse questionamento nos remete a condição de mediador perante o processo pelo fato de essa escolha estar repleta de valores e interesses próprios do ser humano que dá sentido a determinado objeto, que às vezes, apresenta significado diferente por outros sujeitos.

Essa interseção é percebida quando são considerados os temas partindo de uma situação presente na realidade do grupo cultural do aluno em que estes assuntos serão debatidos e a possível solução a um questionamento formalizado e instituído dentro do ambiente escolar.

Além disso, essa liberdade do aluno apresentada tanto na Modelagem em que o professor tem a responsabilidade de promover a introdução da situação-problema, tanto na Modelagem, quanto na Etnomatemática nos credencia a considerar essas teorias como uma situação a-didática, caso não haja a intenção do professor em modificar as considerações dos estudantes envolvidos.

Nessa direção, propomos o início dessa discussão em prol de uma educação matemática que não vise somente oferecer um pacote de fórmulas matemáticas prontas, mas que ofereça ao aluno a possibilidade de construir o seu próprio modelo que atenda as suas expectativas diárias conhecendo melhor o meio em que vive.

AN ANALYSIS OF THE MODEL AS A TEACHING SITUATION

ABSTRACT: *This article, feature theory, aims to disseminate a research scholar completed in August 2013 by the authors cited above (guiding and directing, respectively), whose objective was to characterize the mathematical modeling to support the Ethnomatematics as a situation a- didactic according to the look of the TDS. In walking, the authors analyze the publications in that particular was verified the possibility that entanglement following the steps (dialectical) indicated the Theory of Didactic Situations (TDS). Following these arguments , it is presented a modeling activity involving the subject of shipbuilding developed in the city of Abaetetuba of Pará, that seeks to represent the math (no school) practiced by master craftsman*

through mathematical widespread in the school culture. Finally, after the discussions and statements made on our findings, we can recognize the contribution of modeling with Ethnomatematics as a didactic situation, the fact, among others, to allow the student the opportunity to construct their own knowledge through situations from their cultural environment, allowing the use of these "different" according to the mathematical context presented, without one dominating the other.

KEYWORDS: *Mathematical modeling. Ethnomatematics. Theory of Didactic Situations (TDS). Naval carpentry.*

REFERÊNCIAS

- BASSANEZI, R. C. **Ensino aprendizagem com modelagem matemática**. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2010.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5.ed. São Paulo: Contexto, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacional de Matemática**. Brasília, 2001.
- BROUSSEAU, G. A Etnomatemática e a Teoria das Situações Didáticas. **Revista Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.8, n.2, p.267-281, 2006.
- _____. Fundamentos e métodos da didática da matemática. In: BRUN, J. **Didática das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p.35-113.
- BURAK, D.; KLUBER, T. E. Encaminhamentos didático-pedagógicos no contexto de uma atividade de modelagem matemática para a educação básica. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: EDUEL, 2011. p.45-64.
- CALDEIRA, A. D. **Educação matemática e ambiental: um contexto de mudança**. 1998. 225f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Campinas, Campinas, 1998.
- LUCENA, I. C. R. **Carpinteiros navais de Abaetetuba: etnomatemática navega pelos rios da Amazônia**. 2002. 124f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2002.
- MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.